ციფრული კავშირის სისტემების შემუშავება რადიოარხებისათვის

ნოდარ უღრელიძე

ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი,
კავკასიის უნივერსიტეტი,
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

სერგო შავგულიძე

ტექნიკურ მეცნიერებათა დოქტორი, პროფესორი,
საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტი

კავკასიის უნივერსიტეტის გამომცემლობა
თბილისი 2020

ციფრული კავშირის სისტემების შემუშავება რადიოარხებისათვის

Development of Digital Communication Systems for Radio Channels

მონოგრაფია ეძღვნება ციფრული კავშირის ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს ნაწილს – რადიოკავშირს ფედინგიან არხებში. წინამდებარე ნაშრომში წარმოდგენილია ავტორთა მიერ მიღებული ახალი და ორიგინალური შედეგები – არხების შესწავლის, ოპტიმალური სიგნალებისა და ეფექტურ მრავალანტენიან სისტემათა სქემების აგების თეორიისა და პრაქტიკის მიმართულებით. მასალა სასარგებლო იქნება კავშირის დარგში მომუშავე მეცნიერთათვის, მაღალი კურსის ბაკალავრიატის სტუდენტების, მაგისტრანტებისა და დოქტორანტებისათვის. ის გარკვეულ დახმარებას გაუწევს იმ სპეციალისტებს, რომლებიც რადიოკავშირის სისტემების პროექტირებას ახორციელებენ.

რედაქცია – პროფესორი ზურაბ ყიფშიძე

კორექტურა – სოფიკო გორგილაძე

ტექნიკური რედაქცია და რეცენზია – პროფესორი დავით ბერიაშვილი

კომპიუტერული უზრუნველყოფა – მაია ჯაფოშვილი

ნაშრომი შესრულებულია სსიპ – შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის გრანტის (FR17-74) ფარგლებში.

ISBN 978- 9941- 9702-1- 4
www.cu.edu.ge

სარჩევი

წინასიტყვაობა

მსოფლიო ეკონომიკური სისტემის ფორმირებისა და განვითარების პროცესში, დღეისათვის ნათლადაა გამოკვეთილი საინფორმაციო ტექნოლოგიების უმნიშვნელოვანესი როლი და მამოძრავებელი ძალა. სახეზეა სერიოზული ტექნიკური ცვლილებები, რომლებიც შედეგია კავშირის სისტემების, კომპიუტერული ტექნიკისა და მასიური ინფორმაციის წარმოების საშუალებების კონვერგენციისა, ასევე, განსხვავებათა წაშლის სხვადასხვა საინფორმაციო ქსელებს შორის. ამ დროს წარმოქმნილი პრობლემების გადაჭრის აუცილებლობას მივყავართ ახალი ტიპის გლობალური საინფორმაციო ინფრასტრუქტურის შექმნის იდეამდე, რომელშიც ერთ-ერთ უმნიშვნელოვანეს კვანძს რადიოკავშირის, ან როგორც მას ხშირად უწოდებენ უსადენო კავშირის (Wireless communication) სისტემა წარმოადგენს. წინამდებარე მონოგრაფია სწორედ ასეთი სისტემების შემუშავებას და მათი ეფექტურობის გაზრდას ეძღვნება.

რადიოკავშირის სისტემების ბოლოდროინდელმა ინტენსიურმა განვითარებამ წინ წამოსწია ინტერესი ისეთი მიმართულებებისადმი, როგორებიცაა ე.წ. ფედინგიანი არხების შესწავლა, ეფექტური სიგნალებისა და მრავალანტენიანი სისტემების ახალი სქემების აგება. ამათგან, განსაკუთრებული ყურადღების ცენტრშია მოქცეული სისტემები – მრავალი გადამცემი და მრავალი მიმღები ანტენით, ანუ როგორც მათ უწოდებენ MIMO სისტემები, სადაც არსებობს შესაძლებლობა გადამცემი ანტენების რაოდენობის გაზრდით გაიზარდოს სისტემის სპექტრული ეფექტურობა ანუ ინფორმაციის გადაცემის სიჩქარე, ხოლო მიმღები ანტენების რაოდენობის გაზრდით კი გავზარდოთ სისტემის ხელშეშლა-მდგრადობა და შედეგად მისი ენერგეტიკული ეფექტურობა.

მასალა მონოგრაფიაში იერარქიულადაა წარმოდგენილი სწორედ დასმული საკითხების შესაბამისად: დასაწყისში შესწავლილია ინფორმაციის გადაცემის არხები, რომლებშიც სიგნალები მრავალსხივოსნობის გამო განიცდიან ამპლიტუდის (მომვლების) ფედინგს. ამ შემთხვევაში არხის სახით განიხილება ნაკაგამის მოდელი, რომელიც საკმაოდ ადექვატურია იმ პროცესებისა, რომელთაც რეალურ რადიოარხებში აქვთ ადგილი. შემდგომი ადგილი ეთმობა სიგნალებს, წარმოდგენილია ახალი ორი და ოთხგანზომილებიანი ციფრულად მოდულირებული სიგნალები. მოყვანილია მათი პარამეტრები და მახასიათებლები. ბოლოს კი გამოკვლეულია MIMO სისტემები, უფრო კონკრეტულად კი მათი ქვეკლასი – სისტემები სივრცითი მოდულაციით (SM). როგორც მიღებული შედეგებიდან ჩანს, ასეთ ე.წ. MIMO-SM სისტემებს აქვთ გაცილებით მაღალი ეფექტურობა, ვიდრე კლასიკურ MIMO სისტემებს სივრცითი მულტიპლექსირებით (SMX). ახალი აგებული MIMO-SM სქემებიდან განსაკუთრებით გამოირჩევიან მრავალნაკადიანი სისტემები დროში ცვლადი რაოდენობის აქტიური ანტენებით, რომელთა უპირატესობა ყველა ძირითად მახასიათებელ კომპონენტში (სპექტრული და ენერგეტიკული ეფექტურობა, სირთულე) MIMO-SMX-თან შედარებით აშკარაა.

თუ გავითვალისწინებთ იმ ფაქტს, რომ ფართოზოლოვან რადიოსისტემებში (LTE, WiMax, Wi-Fi, UMTS) და შესაბამისი გენერაციის პროექტებში განზრახულია MIMO ტექნოლოგიების გამოყენება, იმ სპეციალისტებისათვის, ვისაც ამ მიმართულებით მოუხდებათ მუშაობა, წარმოდგენილი მონოგრაფია იქნება შესანიშნავი გზამკვლევი.

პროფესორი ზ. ყიფშიძე

თბილისი, 2020

თავი 1. ხელშეშლები კავშირის არხებში

1.1. კავშირის არხები

არხი ვიწრო გაგებით, ანუ ფიზიკური არხი, ესაა გარემო, რომელიც გამოიყენება სიგნალების გადასაცემად გადამცემიდან მიმღებისკენ (ამ შემთხვევაში ის ცალმხრივი სისტემაა). ფიზიკური არხის მაგალითებია: ორსადენიანი ხაზი, რომელიც ატარებს ელექტრულ სიგნალებს; ოპტიკური ხაზი, რომელსაც გადააქვს ინფორმაცია ოპტიკური სხივების მეშვეობით; წყალქვეშა არე, რომელშიც გადაიცემა აკუსტიკური სიგნალები; თავისუფალი სივრცე (ე.წ. ეთერი), სადაც ვრცელდება რადიოტალღები და სხვა.

არხი, ფართო გაგებით, ანუ კავშირის არხი, ფიზიკური არხის ანუ სიგნალის გადაცემის გარემოსა და იმ მოწყობილობების ერთობლიობაა, რომლებიც უზრუნველყოფს მოცემულ გარემოში სიგნალების გადაცემას და შემდგომ მიღებას.

გამოყენებული ფიზიკური არხის შესაბამისად, ლიტერატურაში მოიხსენიება: კავშირის ელექტრული არხები, კავშირის ოპტიკურ-ბოჭკოვანი არხები, კავშირის აკუსტიკური არხები, კავშირის რადიო ანუ უსადენო არხები და ა.შ.

საზოგადოდ, თუ განვიხილავთ კავშირის არხს, როგორც სისტემას ერთი შესასვლელითა და ერთი გამოსასვლელით და თუ არხის შესასვლელზე მიწოდებულია სიგნალი $s(t)$, ხოლო, შესაბამისად, გამოსასვლელზე არის სიგნალი $z(t)$, რეალურ შემთხვევაში $z(t) \neq s(t)$, რაც, უმთავრესად, განპირობებულია არხში ხელშეშლების არსებობით. ძირითადად, ხელშეშლებია წყარო იმ პრობლემებისა, რომლებიც კავშირის თეორიასა და პრაქტიკაში არსებობს [1-3].

1.2. ხელშეშლები. გაუსის ხელშეშლა და გაუსის არხები

ხელშეშლა არასასურველი მოვლენაა, რომელიც მოქმედებს სიგნალზე და იწვევს მის დამახინჯებას. ხელშეშლები მოქმედებს როგორც გარედან, ასევე, შეიძლება წარმოიშვას თვით სიგნალთა მიმღები სისტემის შიგნით. მათი განხილვისას ვთვლით, რომ ისინი გაჩენილია ბუნებრივად და არ არის დამოკიდებული ინფორმაციის გადაცემის კონკრეტულ სისტემაზე. ხელშეშლის მოქმედება სიგნალზე შეიძლება გამოვხატოთ Δ ოპერატორით. კერძოდ, თუ სიგნალს აღვნიშნავთ $\mathbf{s}$-ით, ხოლო ხელშეშლას $\boldsymbol{\eta}$-ით, მაშინ დამახინჯებული $\mathbf{s}$ სიგნალი მიიღებს $\mathbf{z}$ სახეს და ვწერთ: $\mathbf{z}=\Delta(\mathbf{s},\boldsymbol{\eta})$. თუ ოპერატორი გულისხმობს შეკრებას, მაშინ $\mathbf{z}=\mathbf{s}+\boldsymbol{\eta}$ და ვამბობთ, რომ ხელშეშლა ადიტიურია (ამ შემთხვევაში, მას ხმაურსაც უწოდებენ); ხოლო თუ ოპერატორი გულისხმობს გამრავლებას, გვაქვს $\mathbf{z}=\mathbf{s}\boldsymbol{\eta}$ და ვამბობთ, რომ $\boldsymbol{\eta}$ ხელშეშლა მულტიპლიკატიურია. მაშინ, როცა სიგნალზე ერთდროულად მოქმედებს ადიტიური $\mathbf{n}$ და მულტიპლიკატიური $\boldsymbol{\xi}$ ხელშეშლა, შეიძლება ადგილი ჰქონდეს შემთხვევას:

$$\mathbf{z}=\boldsymbol{\xi}\mathbf{s}+\mathbf{n}. \tag{1.1}$$

აუცილებელია შევნიშნოთ, რომ ხელშეშლების სიგნალზე მოქმედების ეს მოდელი დღემდე საკმაოდ აქტიურად განიხილება, რაც იმაზე მიუთითებს, რომ იგი ადექვატურად აღწერს იმ პროცესებს, რომელთაც ხშირად აქვს ადგილი პრაქტიკაში. გარკვეული ნიშნებით ხელშეშლების ჯგუფებად გაერთიანება ანუ კლასიფიკაცია შესაძლებელია: მათი გამოჩენის ალბათობის, წარმოშობის ბუნების, გაჩენის ან მოქმედების ადგილის, მოქმედების ხასიათის მიხედვით და ა.შ. ხელშეშლების კლასიფიკაციის ერთი შესაძლო ვარიანტი მოყვანილია [4]-ში, სადაც წარმოდგენილია სისტემის შიგნით და მის გარეთ წარმოშობილი ხელშეშლები და დამახინჯებები.

მიმღები სისტემის შიგნით წარმოშობილთაგან ძირითადია ადიტიური ხელშეშლა, რომელიც არსებობს სითბური ხმაურის ან საფანტის ხმაურის სახით [5].

განვიხილოთ სტაციონარული $n(t)$ შემთხვევითი პროცესი, რომლის კორელაციის ფუნქცია ტოლია დელტა ფუნქციისა და რაღაც მუდმივი $N_0/2$ სიდიდის ნამრავლისა:

$$k(\tau)=\delta(\tau)\cdot\frac{N_0}{2}. \tag{1.2}$$

ცნობილია, რომ დელტა ფუნქცია ყველგან ნულია, გარდა $\tau=0$ წერტილისა, სადაც $\delta(0)=\infty$, თანაც ინტეგრალი დელტა ფუნქციიდან ნებისმიერ ინტერვალში, რომელიც შეიცავს წერტილს $\tau=0$, ტოლია ერთის. აქედან გამომდინარე, $n(t)$ პროცესის მნიშვნელობები დროის ორ ნებისმიერ, რაგინდ მცირე, ინტერვალში არაკორელირებულია. ასეთ პროცესს აბსოლუტურ შემთხვევით პროცესს უწოდებენ და მისი სპექტრალური სიმკვრივე:

$$S(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}k(\tau)\cdot e^{-i\omega\tau}d\tau=\frac{N_0}{2}=const,\quad S(f)=N_0, \tag{1.3}$$

აქ $\omega=2\pi f$, სადაც f სიხშირეა. მაშასადამე, $n(t)$ შემთხვევითი პროცესის სპექტრალური სიმკვრივე ყველა სიხშირისთვის მუდმივია.

პროცესს, რომელსაც აქვს თანაბარი სპექტრი სიხშირეთა ძალიან ფართო დიაპაზონში, უწოდებენ „თეთრ ხმაურს“ – თეთრი სინათლის ანალოგიით, რომელსაც აქვს თანაბარი და უწყვეტი სპექტრი ხილულ ნაწილში.

მოვიყვანოთ ხმაურის ორი კონკრეტული მაგალითი, რომელთაც თეთრ ხმაურთა კლასს მიაკუთვნებენ.

– ს ა ფ ა ნ ტ ი ს ხ მ ა უ რ ი [5], ძირითადად ახასიათებს ელექტრონულ მილაკებს და შედეგია ანოდური დენის ფლუქტუაციისა; მისი სპექტრალური სიმკვრივე

$$S(f) = 2eI_a\Gamma^2F^2(2\pi f\tau_0), \tag{1.4}$$

სადაც $e = 1.6\cdot10^{-19}$ კ ელექტრონის მუხტია. I_a – საშუალო ანოდური დენი. Γ^2 – სივრცითი მუხტით გამოწვეული დეპრესიის კოეფიციენტი. F^2 – სიხშირული დეპრესიის კოეფიციენტი. τ_0 – მილაკში ელექტრონის გადაფრენის დრო.

– ს ი თ ბ უ რ ი ხ მ ა უ რ ი [5], დამახასიათებელია R ომური წინაღობის მქონე გამტარებისათვის. ამ დროს, შესაბამისი ძაბვის სპექტრალური სიმკვრივე

$$S(f) = 4kTR, \tag{1.5}$$

სადაც $k = 1.38\cdot10^{-23}$ ჯ/გრად ბოლცმანის მუდმივაა; T არის R წინაღობის მქონე გამტარის ტემპერატურა კელვინის გრადუსებში.

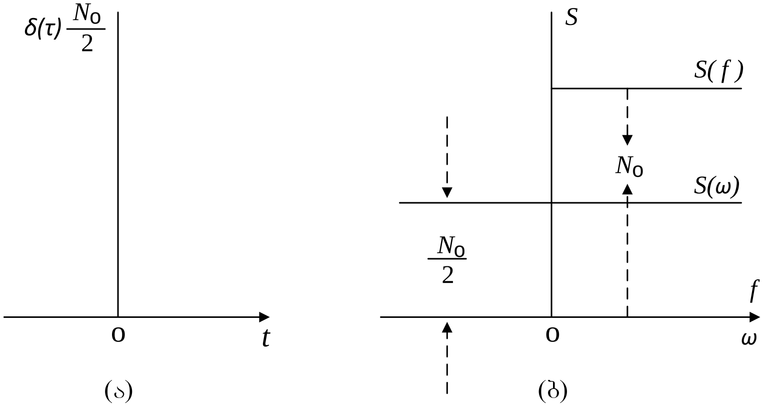
ქვემოთ, **ნახ. 1.1**-ზე მოყვანილია თეთრი ხმაურის კორელაციის ფუნქცია (ა) და სპექტრული სიმკვრივე (ბ).

ცხადია, სითბური ხმაურის შემთხვევაში $N_0 = 4kTR$.

თეთრი ხმაური არის ფართოზოლოვანი შემთხვევითი პროცესი ალბათობის ნორმალური ანუ გაუსის განაწილების სიმკვრივით [6-8]:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left[-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < x < \infty, \tag{1.6}$$

აქ x შემთხვევითი სიდიდეა, σ მისი საშუალო კვადრატული გადახრა, ხოლო σ^2 და m, შესაბამისად, არის x-ის დისპერსია და მათემატიკური ლოდინი, ანუ საშუალო სტატისტიკური მნიშვნელობა.



ნახ. 1.1. თეთრი ხმაურის კორელაციური ფუნქცია (ა) და სპექტრული სიმკვრივე (ბ)

გაუსის ალბათობის განაწილების ინტეგრალური ფუნქციისათვის გვაქვს [6-8]:

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}dt\,, \tag{1.7}$$

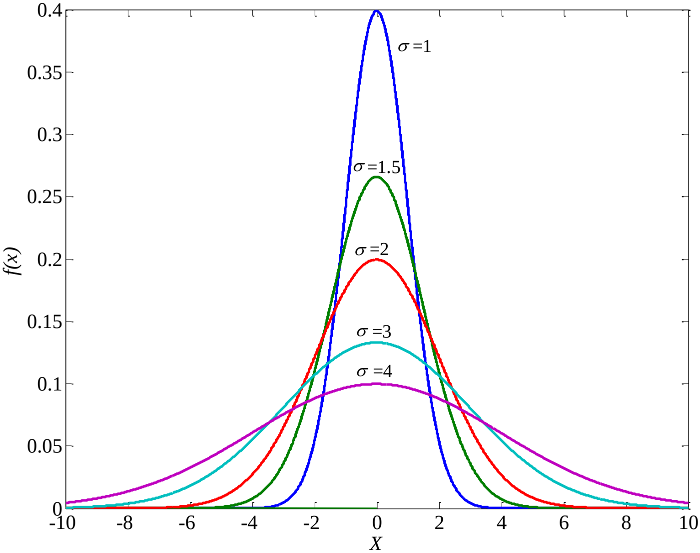
თუ გამოვიყენებთ $\operatorname{erf}(\,\cdot\,)$ ფუნქციას (შეცდომის ფუნქცია, ალბათობის ინტეგრალი) მივიღებთ [1, 7-9]:

$$F(x)=0.5+0.5\cdot erf\left[(x-m)/\sqrt{2}\sigma\right]. \tag{1.8}$$

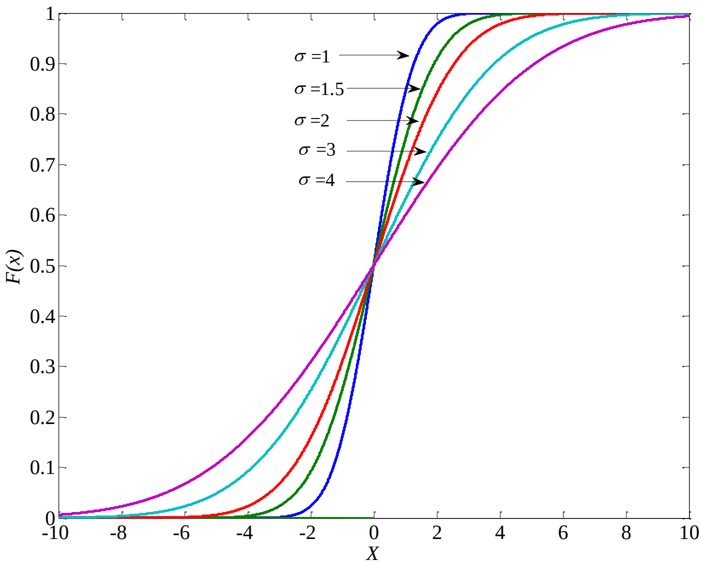
ქვემოთ, **ნახ. 1.2**-სა და **ნახ. 1.3**-ზე მოყვანილია მრუდები, რომლებიც აგებულია (1.6) და (1.7) გამოსახულებების გამოყენებით. აქ $m=0$.

თუ (1.1) გამოსახულებაში შემავალ სიდიდეებს (რომლებსაც იქ ვექტორებად განვიხილავთ), წარმოვადგენთ დროის ფუნქციებად, გვექნება

$$z(t)=\xi(t)\cdot s(t)+n(t)\,, \tag{1.9}$$



ნახ. 1.2. გაუსის ალბათობის განაწილების სიმკვრივეები



ნახ. 1.3. გაუსის ალბათობის განაწილების ინტეგრალური ფუნქციები

უმრავლეს შემთხვევებში ითვლება, რომ $n(t)$ ადიტიურ ხელშეშლას გაუსის განაწილება აქვს. ეს განპირობებულია ორი გარემოებით:

1. ცხადია, თუ ხელშეშლა წარმოშობილია მიმღების შიგნით, მას, როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, გაუსის განაწილება აქვს.
2. თუ ხელშეშლა წარმოშობილია მიმღების გარეთ, მისი წარმოშობის ძირითადი წყაროებია – კოსმოსური ხმაური, ატმოსფერული ხმაური და მიწისპირა ინდუსტრიული ხმაური. ვინაიდან აღნიშნული წყაროების რაოდენობა მნიშვნელოვნად დიდია, შეიძლება მოვიყვანოთ რუსულენოვან ლიტერატურაში ლიაპუნოვის თეორემად კარგად ცნობილი ზღვრული თეორემა, რომელიც მდგომარეობს შემდეგში [10]:

თ ე ო რ ე მ ა . დამოუკიდებელი შემთხვევითი n_i $(i=1,2,\ldots,k)$ სიდიდეების ჯამის განაწილების კანონი, $k \to \infty$ დროს, უახლოვდება გაუსისას, თუ სრულდება შემდეგი პირობები:

ა) ყველა შემთხვევით სიდიდეს აქვს სასრული მათემატიკური ლოდინი და დისპერსია:

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{M}(n_i) &= a_i; \\ \mathrm{M}[n_i - a_i]^2 &= \sigma^2(n_i); \\ \mathrm{M}[n_i - a_i]^{2+\varepsilon} &= c_i, \quad \varepsilon > 0. \end{aligned}\right\}, \quad i = 1, 2, \ldots, k\,; \tag{1.10}$$

ბ) არც ერთი შემთხვევითი სიდიდე თავისი მნიშვნელობით მკვეთრად არ განსხვავდება დანარჩენებისაგან:

$$\lim_{k\to\infty} \frac{\sum_{i=1}^{k} c_i}{\left[\sum_{i=1}^{k} \sigma^2(n_i)\right]^{1+\varepsilon/2}} = 0\,. \tag{1.11}$$

მოყვანილი ლიაპუნოვის ზღვრული თეორემიდან გამომდინარე ცხადია, თუ რატომ ითვლება, რომ მიმღები სისტემის გარეთ გაჩენილ ადიტიურ ხელშეშლასაც აქვს გაუსის განაწილება.

მოცემულ, ბოლო შემთხვევასთან დაკავშირებით გასათვალისწინებელია ის გარემოება, რომ მიმღების გარეთ წარმოშობილი ხმაური მიმღების შესასვლელზე შესაძლო არსებულ ფილტრში გავლის შემდეგ გახდება ვიწროზოლოვანი, რომელიც ანალიზურად ასე შეიძლება წარმოვადგინოთ [11]:

$$n(t) = U(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t)\right], \tag{1.12}$$

სადაც ω_0 არის გაფილტრული გაუსის ხმაურის საშუალო კუთხური სიხშირე; $U(t)$ და $\varphi(t)$ არის, შესაბამისად, ხმაურის მომვლები და ფაზა. მარტივი ტრიგონომეტრიული გარდაქმნის შემდეგ (1.12) მიიღებს სახეს:

$$n(t) = U_1(t)\cdot\cos\omega_0 t - U_2(t)\cdot\sin\omega_0 t \tag{1.13}$$

რომელშიც

$$\left.\begin{aligned} U_1(t) &= U(t)\cdot\cos\varphi(t) \\ U_2(t) &= U(t)\cdot\sin\varphi(t) \end{aligned}\right\}; \tag{1.14}$$

რადგან გარეთ წარმოშობილ ხელშეშლას აქვს გაუსის განაწილება $U_1(t)$ და $U_2(t)$ პროცესებსაც ექნებათ გაუსის განაწილება σ^2 დისპერსიით.

დამტკიცებულია [12], რომ $U(t)$ პროცესს აქვს განაწილება

$$f(U) = \frac{U}{\sigma^2}\, e^{-\frac{U^2}{2\sigma^2}}; \tag{1.15}$$

მაშინ, თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას $\frac{U}{\sigma^2} = a$, გვექნება

$$f(a) = a \cdot e^{-a^2/2}. \tag{1.16}$$

ასეთი სახის განაწილება ცნობილია, რელეის განაწილების სახელწოდებით [1, 2, 7, 11, 13-15].

რაც შეეხება φ ფაზას, მისი ალბათობის განაწილება თანაბარია $[0, 2\pi]$ ინტერვალში:

$$f(\varphi) = \frac{1}{2\pi}. \tag{1.17}$$

ბუნებრივია, ჩნდება კითხვა: რომელი ხმაურის გავლენაა სიგნალზე უფრო უპირატესი, გარე თუ შიგა ხმაურისა? უნდა აღინიშნოს, რომ ეს მნიშვნელოვანწილად დამოკიდებულია იმ სიხშირულ დიაპაზონზე, რომელშიც სიგნალი გადაიცემა. მაგალითად, მოკლეტალღოვანი დიაპაზონის დაბალ სიხშირეებზე გარე ხმაურის გავლენა უფრო მნიშვნელოვანია, განსაკუთრებით დიდ ქალაქებში, ვიდრე ამავე დიაპაზონის მაღალ სიხშირეებზე. ხშირად გვხვდება გარე ხელშეშლების ძლიერი გავლენა მობილური კავშირის სისტემებშიც.

მოვიყვანოთ რამდენიმე მნიშვნელოვანი თვისება, რომელიც დამახასიათებელია გაუსის განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდეებისათვის [7]:

დავუშვათ, $X_1, X_2, \ldots, X_n$ დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეებია, რომლებსაც აქვს გაუსის განაწილება; მაშინ $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ სიდიდესაც ექნება გაუსის განაწილება.

თუ სიდიდეს $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ აქვს გაუსის განაწილება და $X_1, X_2, \ldots, X_n$ დამოუკიდებელი შემთხვევითი სიდიდეებია, მაშინ თითოეულ მათგანს ექნება გაუსის განაწილება.

თუ $X_1, X_2, \ldots, X_n$ შემთხვევითი სიდიდეებია, რომლებსაც აქვს გაუსის განაწილება და თითოეულის მათემატიკური ლოდინია m, ხოლო დისპერსია – σ^2, მაშინ $Y = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ შემთხვევით სიდიდეს ექ-

ნება გაუსის განაწილება $n \cdot m$ მათემატიკური ლოდინით და $n \cdot \sigma^2$ დისპერსიით.

თუ გვაქვს შემთხვევითი $X_1, X_2, \ldots, X_n$ სიდიდეები m მათემატიკური ლოდინითა და σ^2 დისპერსიით, მაშინ, მათ საშუალო არითმეტიკულს ანუ $Y = \dfrac{X_1 + X_2 + \cdots + X_n}{n}$ სიდიდეს ექნება გაუსის განაწილება m მათემატიკური ლოდინითა და σ^2/n დისპერსიით.

დავუშვათ, $X_1, X_2, \ldots, X_n$ შემთხვევითი სიდიდეებია, რომლებსაც აქვს გაუსის განაწილება და თითოეულის მათემატიკური ლოდინი $m=0$, ხოლო დისპერსია $\sigma^2 = 1$, მაშინ, მოცემულ სიდიდეთა კვადრატების ჯამს ექნება χ^2 განაწილება n მათემატიკური ლოდინით [1, 7, 13].

აღსანიშნავია, რომ (1.6) გამოსახულებაში შემავალი სტანდარტული (საშუალო კვადრატული) გადახრა σ განაწილების სიმკვრივის მასშტაბის პარამეტრია; ხოლო m მათემატიკური ლოდინი – მისი მდებარეობის პარამეტრია [7] და, თუ $m=0$, მაშინ σ^2 წარმოადგენს გაუსის ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრეს [11].

უნდა აღინიშნოს, რომ შეიძლება არსებობდეს ისეთი არხებიც, სადაც მხოლოდ გაუსის ადიტიური ხელშეშლა მოქმედებს. ასეთ არხებს გაუსის არხებს უწოდებენ ან არხებს, ადიტიური თეთრი გაუსის ხმაურით.

1.3. ფედინგიანი არხები. რაისის პროცესი

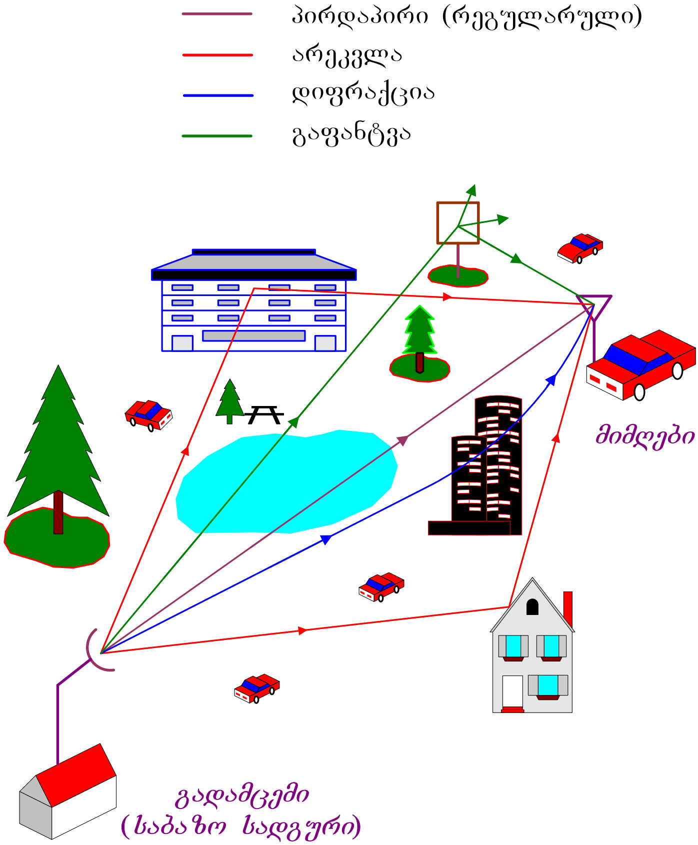
წინა პარაგრაფში მოყვანილ (1.9) გამოსახულებაში $\xi(t)$ ასახავს ფიზიკურ არხში სიგნალის ამპლიტუდის ფლუქტუაციას და ეს პროცესი ლიტერატურაში ფედინგის სახელწოდებითაა ცნობილი [1, 2, 14]. ტრადიციულად, ასეთი ტიპის არხებს ფედინგიან არხებს უწოდებენ.

სიგნალი თუ ვრცელდება თავისუფალ სივრცეში, მისი მილევა იზოტროპული ანტენისათვის ფასდება სიმძლავრის დანაკარგების შემდეგი კოეფიციენტით [2]:

$$L = \left(\frac{4\pi d}{\lambda} \right)^2 , \tag{1.18}$$

სადაც d გადამცემიდან მიმღებამდე მანძილია, ხოლო λ კი ტალღის სიგრძე. იდეალურ არხს ეს ფორმულა კარგად აღწერს, მაგრამ რეალური არხებისათვის გამოუსადეგარია, განსაკუთრებით კი ისეთი გარემოს შემთხვევაში, რომელშიც ადგილი აქვს სიგნალის მრავალსხივად გავრცელებას. რადიოტალღების გავრცელების ასეთი ვითარების მაგალითი ნაჩვენებია **ნახ. 1.4**-ზე. ვინაიდან, რიგ მიზეზთა გამო (მაგალითად, მიმღების მოძრაობის შედეგად) ცალკეული სხივების ინტენსივობის ცვლილებას შემთხვევითი ხასიათი აქვს, მიმღების შესასვლელზე მათი ჯამი გვაძლევს ინტერფერენციულ სიგნალს, რომლის მომვლები განიცდის შემთხვევით ცვლილებას, ანუ ფლუქტუაციას.

ნახ. 1.4-ზე ჩანს, რომ გადამცემიდან გასხივებული რადიოტალღის ენერგიის ერთი ნაწილი პირდაპირ აღწევს მიმღებამდე, ხოლო სხვა ნაწილი იქ ხვდება არეკვლის, დიფრაქციისა და გაფანტვის შედეგად. ტალღის არეკვლას ადგილი აქვს იმ შემთხვევაში, თუ დაბრკოლების გეომეტრიული ზომები მნიშვნელოვნად აღემატება გამოსხივების ტალღის სიგრძეს. თუ დაბრკოლების ზომები ტალღის სიგრძის თანაზომადია ტალღები შემოუვლის მას, ანუ განიცდის დიფრაქციას; ხოლო თუ ამრეკლი სხეულის ზედაპირი უსწორმასწოროა ან მისი ზომები ტალღის სიგრძის რიგისაა, ან მცირეა, მაშინ ადგილი აქვს ტალღის გაფანტვას [2, 15].



ნახ. 1.4. რადიოტალღების მრავალსხივად გავრცელების სურათი

არსებობს არხები ნელი და ჩქარი ფედინგით. ნელი ფედინგის შემთხვევაში T_s ხანგრძლივობის ყოველი ელემენტარული სიგნალი გადაიცემა მისი ფორმის დამახინჯების გარეშე [1].

იმ შემთხვევაში, თუ ფედინგიან არხში სიგნალის გადაცემისას მისი ყველა სპექტრული კომპონენტი ერთნაირად განიცდის ფლუქტუაციას, ფედინგს სიხშირულად არასელექციური ეწოდება. წინააღმდეგ შემთხვევაში, ფედინგი სიხშირულად სელექციურია [1].

როგორც ზემოთ აღვნიშნეთ, რადიოტალღების მრავალსხივად გავრცელების გამო, ინტერფერენციული სიგნალის მომვლები მიმღების შესასვლელზე განიცდის შემთხვევით ცვლილებას ანუ ფლუქტუაციას. ამ პროცესს (x-ს) ვუწოდებთ რაისის პროცესს, თუ მისი ალბათობის განაწილების სიმკვრივე წარმოდგენილია რაისის ალბათობის განაწილების სიმკვრივით [1, 11, 15]:

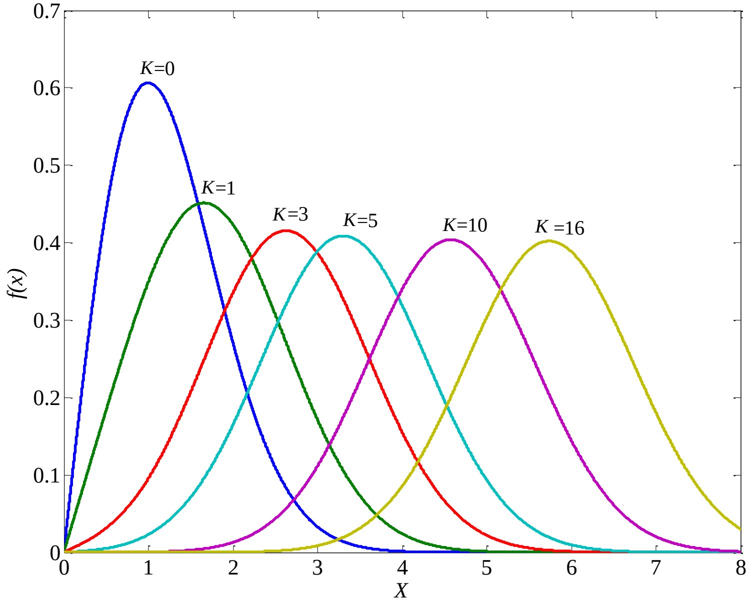
$$f\left(x\right)=\frac{x}{\sigma^2}\exp\left[-\frac{\left(x^2+A^2\right)}{2\sigma^2}\right]\cdot I_0\left(\frac{x\cdot A}{\sigma^2}\right),\quad x>0,\quad A>0\,, \tag{1.19}$$

რომელშიც ითვლება, A მიღების წერტილში სიგნალის პირდაპირი (რეგულარული) მდგენელის არაფლუქტუირებადი ამპლიტუდაა; σ^2 – შემთხვევითი მდგენელის დისპერსიაა; $I_0\left(\,\cdot\,\right)$ – ნულოვანი რიგის ბესელის მოდიფიცირებული ფუნქციაა [16]. პირდაპირი და შემთხვევითი მდგენელების სიმძლავრეთა თანაფარდობას – $K=\dfrac{A^2}{2\sigma^2}$ რაისის ფაქტორი ეწოდება და პრაქტიკულ შემთხვევებში მისი მნიშვნელობა იცვლება $K=\left(0-16\right)$ დიაპაზონში [15].

რაისის ალბათობის განაწილების ინტეგრალური ფუნქციისთვის გვაქვს [1, 7]:

$$F\left(x\right)=1-e^{-\left(\frac{x^2+A^2}{2\sigma^2}\right)}\sum_{c=0}^{\infty}\frac{\left[A^2\Big/\left(2\sigma^2\right)\right]^c}{c!}\sum_{t=0}^{c}\frac{\left[x^2\Big/\left(2\sigma^2\right)\right]^t}{t!}\,. \tag{1.20}$$

ქვემოთ, **ნახ. 1.5**-ზე და **ნახ. 1.6**-ზე მოყვანილია მრუდები, რომლებიც აგებულია (1.19) და (1.20) გამოსახულებების შესაბამისად, როცა $\sigma^2=1$. რაისის პროცესის მათემატიკური ლოდინი ტოლია [7]:



ნახ. 1.5. რაისის ალბათობის განაწილების სიმკვრივეები

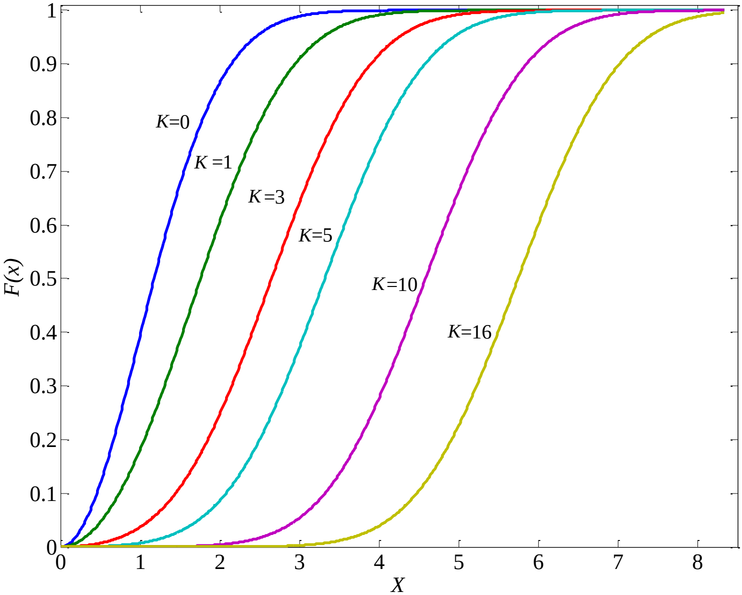
$$m=\sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}\left[\left(1+\frac{A^2}{2\sigma^2}\right)\cdot I_0\left(\frac{A^2}{4\sigma^2}\right)+\frac{A^2}{2\sigma^2}\cdot I_1\left(\frac{A^2}{4\sigma^2}\right)\right]\cdot e^{-\frac{A^2}{4\sigma^2}}, \tag{1.21}$$

სადაც $I_1(\cdot)$ არის პირველი რიგის ბესელის მოდიფიცირებული ფუნქცია [16].

დისპერსიისათვის გვაქვს:

$$\sigma_x^2=A^2+2\sigma^2-m^2\,. \tag{1.22}$$

(1.19)-სა და (1.21)-ში შემავალი ბესელის ფუნქციების გამოსათვლელად შეგვიძლია ვისარგებლოთ შემდეგი გამოსახულებებით [16]:



ნახ. 1.6. რაისის ალბათობის განაწილების ინტეგრალური ფუნქციები

$$I_0(y) = 1 + \frac{y^2/4}{(1!)^2} + \frac{\left(y^2/4\right)^2}{(2!)^2} + \frac{\left(y^2/4\right)^3}{(3!)^2} + \frac{\left(y^2/4\right)^4}{(4!)^2} + \cdots, \tag{1.23}$$

$$I_1(y) = \frac{y}{2}\left[1 + \frac{y^2/4}{1!\cdot 2!} + \frac{\left(y^2/4\right)^2}{2!\cdot 3!} + \frac{\left(y^2/4\right)^3}{3!\cdot 4!} + \frac{\left(y^2/4\right)^4}{4!\cdot 5!} + \cdots\right]. \tag{1.24}$$

უნდა აღინიშნოს, რომ რაისის პროცესის განაწილება აღწერს ორ-განზომილებიანი შემთხვევითი ვექტორის სიგრძეს, რომლის კოორდინატები გაუსის შემთხვევითი სიდიდეებია σ^2 დისპერსიით და, შესაბამისად, m_1 და m_2 მათემატიკური ლოდინებით. ამ დროს

$$A = \sqrt{m_1^2 + m_2^2}\,. \tag{1.25}$$

თუ დავუშვებთ, რომ $A=0$, მაშინ (1.19) მიიღებს სახეს:

$$f(x)=\frac{x}{\sigma^2}\cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}, \quad x>0, \tag{1.26}$$

რომელიც წარმოადგენს ალბათობის რელეის განაწილების სიმკვრივეს (იხ. გამოსახულებები (1.15) და (1.16)).

1.4. ნაკაგამის განაწილება

ნაკაგამის ალბათობის განაწილების სიმკვრივე ტოლია [17]:

$$f(r)=\frac{2}{\Gamma(m)}\cdot\left(\frac{m}{\Omega}\right)^m\cdot r^{2m-1}\cdot e^{-mr^2/\Omega}, \quad r\geq 0, \quad m\geq 0.5, \tag{1.27}$$

სადაც $\Gamma(\cdot)$ არის გამა ფუნქცია, რომელიც ტოლია [16]:

$$\Gamma(m)=\int_0^{\infty} e^{-t}\cdot t^{m-1}\,dt\ ; \tag{1.28}$$

m პარამეტრია, რომელიც განსაზღვრავს სიგნალის ამპლიტუდის ფედინგის სიღრმეს და მას ფედინგის პარამეტრს უწოდებენ. Ω არის ნაკაგამის პროცესის საშუალო სიმძლავრე.

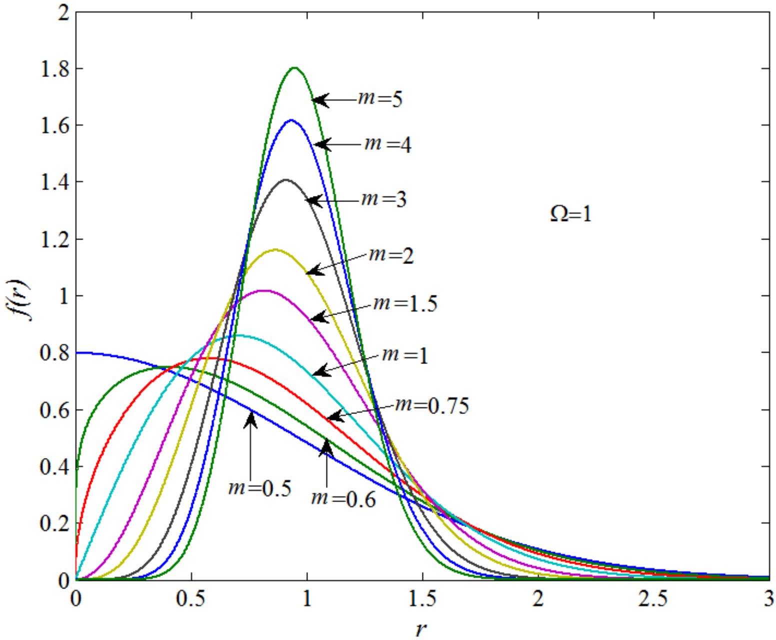
ნაკაგამის განაწილების ფუნქცია მოიცემა გამოსახულებით [18]:

$$F(r)=\mathrm{P}\left(mr^2/\Omega, m\right), \tag{1.29}$$

სადაც $\mathrm{P}(\cdot)$ არასრული გამა ფუნქციაა, რომელიც ტოლია [16]:

$$\mathrm{P}\left(mr^2/\Omega, m\right)=\frac{1}{\Gamma(m)}\int_0^{mr^2/\Omega} e^{-t}\cdot t^{m-1}\,dt\ . \tag{1.30}$$

ნაკაგამის ალბათობის განაწილების სიმკვრივისა და ფუნქციის მრუდები მოყვანილია **ნახ. 1.7**-ზე და **ნახ. 1.8**-ზე; ისინი აგებულია (1.27) და (1.29) გამოსახულებების შესაბამისად.



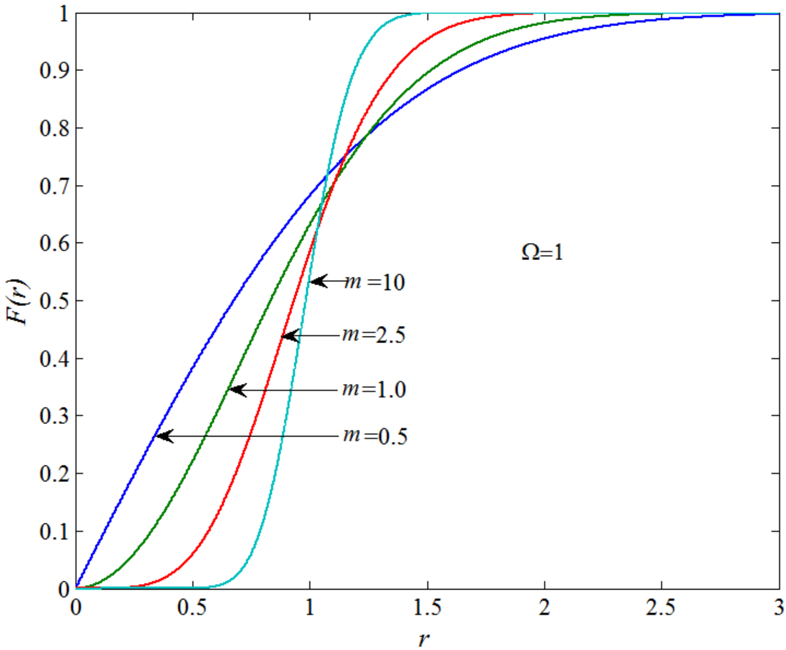
ნახ. 1.7. ნაკაგამის ალბათობის განაწილების სიმკვრივეები

$F(r)$ ფუნქციის სახე მარტივდება m პარამეტრის სხვადასხვა მნიშვნელობებისათვის, კერძოდ, როგორც ეს მოყვანილია [19]-ში:

$$F(r)=\sqrt{\pi}\cdot\operatorname{erf}\left(\sqrt{m}\cdot r\right),\quad m=0.5,$$

$$F(r)=\left[-2\sqrt{m}\cdot r+\sqrt{\pi}\cdot\operatorname{erf}\left(\sqrt{m}\cdot r\right)\cdot e^{mr^2}\right]\cdot e^{-mr^2}\Big/\sqrt{\pi},\quad m=1.5,$$

$$F(r)=\left[-4\left(mr^2\right)^{1.5}-6\sqrt{m}\cdot r+3\sqrt{\pi}\cdot\operatorname{erf}\left(\sqrt{m}\cdot r\right)\cdot e^{mr^2}\right]$$
$$\times e^{-mr^2}\Big/3\sqrt{\pi},\quad m=2.5,$$



ნახ. 1.8. ნაკაგამის ალბათობის განაწილების ინტეგრალური ფუნქციები

$$F(r)=\Big[-8\cdot\left(mr^2\right)^{2.5}-20\left(mr^2\right)^{1.5}-30\sqrt{m}\cdot r$$
$$+15\sqrt{\pi}\cdot \operatorname{erf}\left(\sqrt{m}\cdot r\right)\cdot e^{mr^2}\Big]\cdot e^{-mr^2}\Big/15\sqrt{\pi}, \quad m=3.5,$$
$$F(r)=\Big[-16\cdot\left(mr^2\right)^{3.5}-56\left(mr^2\right)^{2.5} \tag{1.31}$$
$$-140\left(mr^2\right)^{1.5}-210\sqrt{m}\cdot r+105\sqrt{\pi}\cdot \operatorname{erf}\left(\sqrt{m}\cdot r\right)\cdot e^{mr^2}\Big]$$
$$\times e^{-mr^2}\Big/105\sqrt{\pi}, \quad m=4.5,$$

ხოლო $m=k \quad (k=1,2,\ldots)$ შემთხვევაში კონკრეტული m-თვის:

$$F(r)=1-e^{-r^2}, \quad m=1,$$
$$F(r)=1-\left(1+2r^2\right)\cdot e^{-2r^2}, \quad m=2,$$
$$F(r)=1-\left(1+3r^2+\frac{9}{2}r^4\right)\cdot e^{-3r^2}, \quad m=3, \tag{1.32}$$
$$F(r)=1-\left(1+4r^2+8r^4+\frac{32}{3}r^6\right)\cdot e^{-4r^2}, \quad m=4,$$
$$F(r)=1-\left(1+5r^2+\frac{25}{2}r^4+\frac{125}{6}r^6+\frac{625}{24}r^8\right)\cdot e^{-5r^2}, \quad m=5.$$

განვსაზღვროთ ნაკაგამის განაწილების მომენტები. ზოგად შემთხვევაში, საწყისი n-ური რიგის მომენტი

$$m_n(r)=\int_{-\infty}^{\infty} r^n f(r)\,dr\,; \tag{1.33}$$

აქედან (1.27)-ის გათვალისწინებით მივიღებთ:

$$m_n(r)=\frac{\Gamma(m+n/2)}{\Gamma(m)}\cdot\left(\frac{\Omega}{m}\right)^{n/2}, \tag{1.34}$$

საიდანაც, ნაკაგამის განაწილების მათემატიკური ლოდინი $(n=1)$ ტოლია:

$$m_1(r)=\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\cdot\sqrt{\frac{\Omega}{m}}, \tag{1.35}$$

ხოლო, როცა $n=2$, მაშინ $m_2(r)=\Omega$; ე.ი. $m_2(r)$ წარმოადგენს ნაკაგამის ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრეს და როგორც ზემოთ აღვნიშნავდით, Ω (1.27)-ში ნაკაგამის ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრეა.

n-ური რიგის ცენტრალური მომენტი

$$M_n(r)=\int_{-\infty}^{\infty}\left[r-m_1(r)\right]^n f(r)\,dr\,. \tag{1.36}$$

(1.27)-ისა და (1.35)-ის გათვალისწინებით (1.36)-დან მივიღებთ ცენტრალური მომენტებისათვის კონკრეტულ გამოსახულებებს.

მეორე რიგის ცენტრალური მომენტი – ნაკაგამის ხელშეშლის დისპერსია (სიდიდის გადახრა მისი საშუალო მნიშვნელობიდან) ტოლია:

$$M_2(r)=\Omega\cdot\left[1-\frac{\Gamma^2(m+1/2)}{m\Gamma^2(m)}\right]. \tag{1.37}$$

მესამე რიგის ცენტრალური მომენტი

$$M_3(r)=2\sqrt{\frac{\Omega^3}{m^3}}\cdot\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}\cdot\left[\frac{\Gamma^2(m+1/2)}{\Gamma^2(m)}-m+1/4\right]. \tag{1.38}$$

მეოთხე რიგის ცენტრალური მომენტი

$$M_4(r)=\frac{\Omega^2}{m}\cdot\left[2\left(1-\frac{1}{m}\right)\cdot\frac{\Gamma^2(m+1/2)}{\Gamma^2(m)}-\frac{3}{m}\cdot\frac{\Gamma^4(m+1/2)}{\Gamma^4(m)}+m+1\right]. \tag{1.39}$$

საწყისი და ცენტრალური მომენტები ერთმანეთს უკავშირდება შემდეგი გამოსახულებებით [18]

$$\begin{aligned}
M_2(r)&=m_2(r)-m_1^2(r),\\
M_3(r)&=m_3(r)-3m_1(r)\cdot m_2(r)+2m_1^3(r),\\
M_4(r)&=m_4(r)-4m_1(r)\cdot m_3(r)+6m_2(r)\cdot m_1^2(r)-3m_1^4(r).
\end{aligned} \tag{1.40}$$

ფლუქტუაციის ხარისხი შეიძლება შევაფასოთ ხელშეშლის საშუალო სიმძლავრითა (Ω) და სიმძლავრის დისპერსიის $M_2(\Omega)$ მეშვეობით. იმისათვის, რომ მივიღოთ შესაბამისი მილევის მახასიათებელი, განვიხილოთ $\Omega^2/M_2(\Omega)$ ფარდობა და მივიჩნიოთ იგი, როგორც ფლუქტუაციის სიღრმის შეფასებად. ადვილად ვაჩვენებთ, რომ ნაკაგამის შემთხვევითი სიდიდისათვის

$$M_2(\Omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\left(r^2-\Omega\right)^2 f(r)\,dr=m_4(r)-m_2^2(r)=\frac{\Omega^2}{m}, \tag{1.41}$$

მაშინ, ცხადია, რომ $\Omega^2/M_2(\Omega)=m$.

ზოგად შემთხვევაში, განაწილების ენტროპიას ექნება შემდეგი სახე [18]:

$$H(r)=\int_{-\infty}^{\infty}\ln\left[f(r)\right]dr\ . \tag{1.42}$$

თუ მოცემულ გამოსახულებაში ჩავსვამთ (1.27)–ს, მაშინ მივიღებთ:

$$H(m)=m+\ln\left[\frac{\Gamma(m)}{2}\cdot\sqrt{\frac{\Omega}{m}}\right]-\frac{2m-1}{2}\cdot\psi(m), \tag{1.43}$$

სადაც $\psi(\,\cdot\,)$ არის ფსი ანუ დიგამა ფუნქცია, რომელიც გამოითვლება გამოსახულებიდან [16]:

$$\psi(m)=\frac{d\left[\ln\Gamma(m)\right]}{dm}\ . \tag{1.44}$$

თუ $\Omega=1$ და $m\to\infty$, მაშინ $m_1(r)\to 1$, $m_2(r)\to 0$. ეს თვისება უშუალოდ გამომდინარეობს ქვემოთ მოყვანილი გამოსახულებებიდან [19]:

$$\begin{gathered}\lim_{m\to\infty}\frac{\Gamma(m+1/2)}{\sqrt{m}\,\Gamma(m)}=1,\\ \lim_{m\to\infty}\left[1-\frac{\Gamma(m+1/2)}{m\,\Gamma^2(m)}\right]=0.\end{gathered} \tag{1.45}$$

ასევე საინტერესოა, მივიღოთ გამოსახულება ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდის მახასიათებელი ფუნქციისა, რომლის ზოგადი სახეა:

$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty}e^{itr}f(r)\,dr,\quad i=\sqrt{-1}\,, \tag{1.46}$$

თუ მასში შევიტანთ (1.27) გამოსახულებას და გავითვალისწინებთ, რომ:

$$\int_{0}^{\infty}x^{a-1}\cdot e^{-px^2-qx}\,dx=\Gamma(a)(2p)^{-\frac{a}{2}}\exp\left[\frac{q^2}{8p}\right]\cdot D_{-a}\left(\frac{q}{\sqrt{2p}}\right), \tag{1.47}$$

მივიღებთ [19]:

$$g(t)=\frac{\Gamma(2m)}{2^{m-1}\Gamma(m)}\exp\left(-\frac{\Omega t^2}{8m}\right)\cdot D_{-2m}\left(-i\cdot t\sqrt{\frac{\Omega}{2m}}\right), \tag{1.48}$$

სადაც $D_{-2m}(\,\cdot\,)$ არის უიტეკერის პარაბოლური ცილინდრის ფუნქცია [16]. თუ შემოვიტანთ $2m=-a-1/2$ აღნიშვნას, შეიძლება დავწეროთ [19]:

$$g(t)=\frac{\Gamma(2m)}{2^{m-1}\Gamma(m)}\cdot\exp\left(-\frac{\Omega\, r^2}{8m}\right)\cdot U\left(2m-\frac{1}{2},-i\cdot t\sqrt{\frac{\Omega}{2m}}\right), \tag{1.49}$$

სადაც $U(\,\cdot\,)$ არის ვებერის პარაბოლური ცილინდრის ფუნქცია [16].

ნაკაგამის განაწილებას აქვს რამდენიმე მნიშვნელოვანი თვისება, კერძოდ [20]:

1. თუ $m=0.5$, მაშინ (1.27)-დან ვღებულობთ გაუსის ცალმხრივი განაწილების სიმკვრივეს:

$$f(r)=\frac{2}{\sqrt{2\pi\,\Omega}}\cdot\exp\left(-\frac{r^2}{2\Omega}\right). \tag{1.50}$$

2. თუ $m=1$, (1.27)-დან მივიღებთ ალბათობის სიმკვრივის რელეის განაწილებას:

$$f(r) = \frac{2r}{\Omega} \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{\Omega} \right). \tag{1.51}$$

3. თუ ნაკაგამის განაწილებაში $m = 3/2$ და $\Omega = 3a^2$, მაშინ ნაკაგამის განაწილება ემთხვევა მაქსველის განაწილებას:

$$f(r) = \frac{2r^2}{a^3\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-r^2/(2a^2)}, \quad r \ge 0\,. \tag{1.52}$$

4. თუ ნაკაგამის განაწილებაში $m = n/2$ და $\Omega = na^2$, მაშინ ნაკაგამის განაწილება ემთხვევა n განზომილებიანი შემთხვევითი ვექტორის მოდულის განაწილებას:

$$f(r) = \frac{1}{2^{n/2-1} \cdot a^n \cdot \Gamma(n/2)} \cdot r^{n-1} \cdot e^{-r^2/(2a^2)}, \quad r \ge 0\,. \tag{1.53}$$

5. თუ $m > 1$ ნაკაგამის განაწილება გვაძლევს რაისის განაწილების კარგ აპროქსიმაციას შემთხვევისათვის

$$m = \frac{(K+1)^2}{2K+1}, \tag{1.54}$$

   სადაც K რაისის ფაქტორია.

6. დიდი m-თვის და $(\Omega/e)^{0.5} \le r \le (\Omega e)^{0.5}$ (სადაც e არის ნეპერის რიცხვი) ლოგარითმულ-ნორმალური განაწილების აპროქსიმაცია შეიძლება (1.27)-ით.

ზემოთ ჩამოთვლილი იძლევა იმის დამატებით მოტივაციას, რომ სიგნალების გადაცემა ფედინგიან არხებში შესწავლილი იქნას ნაკაგამის განაწილების შემთხვევისათვის.

უსადენო კავშირის სისტემებში, პრაქტიკულად, განიხილება შემთხვევები, როცა $m \le 15$, მათგან ყველაზე ხშირად $m = 1$.

ნაკაგამის განაწილება წარმოადგენს ზოგად განაწილებას ბევრი ისეთი მოდელისათვის, რომლებითაც აღიწერება ფედინგის პროცესი. აქ აუცილებელია გამოვყოთ სამი ზოგადი შემთხვევა:

1. $m<1$ (ჰოიტის განაწილების აპროქსიმაცია), კარგი მოდელია არხებისათვის და შეიძლება გამოყენებული იქნას ფიჭურ მობილურ სისტემებში ან სატელიტურ არხებში.
2. $m=1$ (რელეის განაწილება), კარგად აღწერს უსადენო კავშირის ურბანულ ზონებს.
3. $m>1$ (რაისის განაწილების აპროქსიმაცია), კარგად აღწერს უსადენო კავშირის სუბურბანულ, ქალაქის საგარეუბნო ზონებს.

1.5. შემთხვევითი სიდიდეების გენერაცია ნაკაგამის განაწილებით

მოცემული განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდეების (რიცხვების) გენერაცია, საზოგადოდ, საკმაოდ აქტუალური ამოცანაა. თუ მოცემული გვაქვს r შემთხვევითი სიდიდის $F(r)$ განაწილების ფუნქცია, მაშინ $r=F^{-1}(u)$, სადაც $F^{-1}(\cdot)$ არის $F(\cdot)$ ფუნქციის შექცეული ფუნქცია, ხოლო u თანაბარი განაწილების მქონე შემთხვევითი სიდიდეა (რიცხვია) [21]. ვინაიდან, ხშირ შემთხვევაში $F^{-1}(\cdot)$-ის გამოთვლა პრობლემურია, შემთხვევითი რიცხვების გენერაციის ეფექტური ალგორითმის დამუშავება სერიოზული ამოცანა გახლავთ. მოცემულ პარაგრაფში, ჩვენ გადავწყვეტთ ამ საკითხს ნაკაგამის განაწილებისათვის [22].

(1.29)-დან ნაკაგამის განაწილების ფუნქცია

$$F(r)=\mathrm{P}\left(mr^2/\Omega,m\right)=1-\frac{\Gamma\left(m,mr^2/\Omega\right)}{\Gamma(m)}, \tag{1.55}$$

სადაც

$$\Gamma\left(m, mr^2/\Omega\right) = \int\limits_{mr^2/\Omega}^{\infty} e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt\,. \tag{1.56}$$

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას $a = mr^2/\Omega$, (1.55) შემდეგნაირად გარდა-იქმნება:

$$F(r) = \frac{\Gamma(m) - \Gamma\left(m, mr^2/\Omega\right)}{\Gamma(m)} = \frac{\int\limits_0^\infty e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt - \int\limits_a^\infty e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt}{\Gamma(m)}$$

$$= \frac{\int\limits_0^a e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt + \int\limits_a^\infty e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt - \int\limits_a^\infty e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt}{\Gamma(m)}$$

$$= \frac{1}{\Gamma(m)} \int\limits_0^a e^{-t} \cdot t^{m-1}\, dt = F(a), \tag{1.57}$$

აქ $F(a)$ არის m რიგის გამა განაწილების ფუნქცია $(m > 0,\ a \geq 0)$.

ვინაიდან $a = mr^2/\Omega$, შესაბამისად, $F(r) = F\left(mr^2/\Omega\right)$ და გამოდის, რომ ნაკაგამის განაწილების ფუნქცია, r არგუმენტით, ტოლია გამა განაწილების ფუნქციისა mr^2/Ω არგუმენტით. ამ თვალსაზრისით, ნა-კაგამის განაწილება არის მოდიფიცირებული გამა განაწილება. გამა განაწილების მქონე შემთხვევითი რიცხვების გენერაციის ალგორითმი ცნობილია [21]. მაშინ ვახდენთ რა გამა განაწილების გენერაციას, ფორმულიდან $r = \sqrt{a \cdot \Omega/m}$, მივიღებთ ნაკაგამის r რიცხვებს მოცემუ-ლი m-ით და Ω-ით. მოვახდინოთ შესაბამისი ალგორითმების აღწერა:

ა ლ გ ო რ ი თ მ ი 1. $0.5 \leq m < 1$.

1. $p \leftarrow e/(m+e)$, სადაც e ნეპერის რიცხვია.

2. მოვახდინოთ ორი დამოუკიდებელი, თანაბარი განაწილების მქონე, U და V რიცხვის $(V \neq 0)$ გენერაცია.

3. თუ $U < p$, მაშინ $R \leftarrow V^{1/m}$ და $q \leftarrow e^{-R}$;

   თუ $U \geq p$, მაშინ $R \leftarrow 1 - \ln V$ და $q \leftarrow R^{m-1}$.

4. მოვახდინოთ ახალი, თანაბარი განაწილების მქონე, U რიცხვის გენერაცია.

5. თუ $U \geq q$ გადავიდეთ ნაბიჯ 2-ზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში $a \leftarrow R$ და $r \leftarrow \sqrt{a \cdot \Omega/m}$.

ა ლ გ ო რ ი თ მ ი 2. $m = 1$.

1. მოვახდინოთ თანაბარი განაწილების მქონე U რიცხვის გენერაცია.

2. $a \leftarrow -\ln U$ და $r \leftarrow \sqrt{-\Omega \cdot a}$.

ა ლ გ ო რ ი თ მ ი 3. $m > 1$.

1. მოვახდინოთ თანაბარი განაწილების მქონე U რიცხვის გენერაცია.

2. $Y \leftarrow \mathrm{tg}(\pi \cdot U)$ და $R \leftarrow \sqrt{2m-1} \cdot Y + m - 1$.

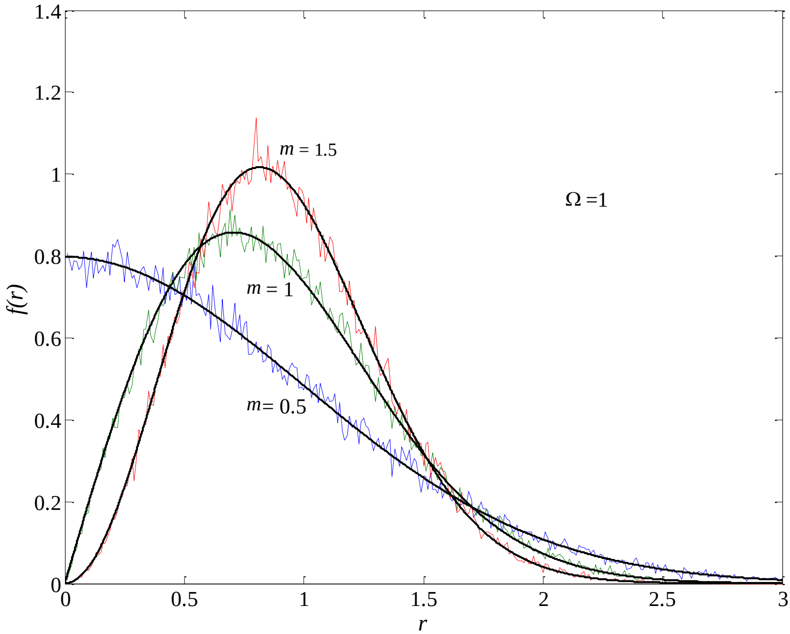
3. თუ $R \leq 0$ გადავიდეთ 1-ზე.

4. მოვახდინოთ თანაბარი განაწილების მქონე V რიცხვის გენერაცია.

5. თუ $V > (1+Y^2) \cdot \exp\left[(m-1)\ln\left[R/(m-1)\right] - \sqrt{2m-1} \cdot Y\right]$ გადავიდეთ 1-ზე, წინააღმდეგ შემთხვევაში $a \leftarrow R$, $r \leftarrow \sqrt{a \cdot \Omega/m}$.

ქვემოთ, **ნახ. 1.9**-ზე, მოყვანილია ნაკაგამის განაწილების სიმკვრივის მრუდები, რომლებიც მიღებულია მოდელირებით, ზემოთ წარმოდგენი-

ლი ალგორითმების გამოყენებით და (1.27) ფორმულით, გამოთვლით. **ნახ. 1.9**-დან ნათლად ჩანს მათი კარგი თანხვედრა.



ნახ. 1.9. ნაკაგამის განაწილების სიმკვრივის მრუდები, მოდელირებით და ფორმულით

პირველი თავის ძირითადი შედეგები

მოყვანილია კავშირის არხები და მათ მიერ წარმოქმნილი პრობლემები. წარმოდგენილია არხის მოდელი, რომელიც ნაშრომში გამოყენებული იქნება კვლევების პროცესში. აღწერილია გაუსის არხი, მოყვანილია მისი პარამეტრები. ჩამოთვლილია გაუსის ხმაურის წარმოშობის წყაროები. განხილულია ნაკაგამის ფედინგიანი არხები და ნაჩვენებია, რომ ეს არის საკმაოდ ზოგადი მოდელი, რომელიც ადექვატურად აღწერს უსადენო არხებს. მოყვანილია ასეთი არხების პარა-

მეტრები, მახასიათებლები და თვისებები. წარმოდგენილია რამდენიმე ახალი შედეგი, კერძოდ:

- მიღებულია ნაკაგამის განაწილების ფუნქციის გამარტივებული გამოსახულებები ფედინგის პარამეტრების ერთი კლასისათვის.
- მიღებულია ნაკაგამის განაწილების მახასიათებელი ფუნქციის გამოსახულებები.
- წარმოდგენილია ნაკაგამის განაწილების მქონე შემთხვევითი რიცხვების გენერირების ალგორითმები.

ლიტერატურა

1. Proakis J. G., Salehi M., *Digital Communications*. 5th ed. McGraw, Inc., New York, 2008.
2. Sklar B., *Digital Communications*. 2th ed. Prentice Hall PTR, New Jersey, 2001.
3. Зюко А. Г., Фалько А. И., Панфилов И. П., Банкет В. Л., Иващенко П. В., *Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации*. "Радио и связь", Москва, 1985.
4. უღრელიძე ნ., კვიკვინია თ., ქამხაძე თ., ურუშაძე ე., დაბრკოლებები ინფორმაციის გადაცემის სისტემებში. ხმაური. საერთაშორისო სამეცნიერო ჟურნალი „ინტელექტი", 2012, № 1(42), გვ. 129-132.
5. Van der Ziel A., Noise, *Sources, Characterization Measurement*. Prentice Hall PTR, New Jersey, 1970.
6. Johnson N. I., Balakrishnan N., Kotz S., *Continuous Univariate Distributions*. Vol. 1, 2. John Wiley & Sons Incorporated, New York, 2006.
7. Вадзинский Р. Н., *Спровочник по вероятностным распределениям*. "Наука", Санкт-Петербург, 2001.
8. Вентцель Е. С., *Теория вероятностей*. "Академия", Москва, 2003.

9. Cody W. J., *An Overviev of Software Development for Special Functions*. Lecture Notes in Mathematics, Berlin, 1976.

10. Иванова В. М., Калинина В. Н., Нешумова Л. А., Решетникова И. О., *Математическая статистика*. “Высшая школа”, Москва, 1975.

11. Зюко А. Г., Коробов Ю. Ф., *Теория передачи сигналов*. “Связь”, Москва, 1972.

12. Левин Б. Р., *Теоретические основы статистической радиотехники*. “Сов. радио”, Москва, 1968.

13. Тихонов В. И., *Статистическая радиотехника*. “Сов. радио”, Москва, 1966.

14. Белинский В. Т., Васюк Г. И. и др., Радиотехника: энциклопедия. “Додека-XXI”, Москва, 2002.

15. Банкет В. Л., *Методы передачи информации в системах беспроводного доступа к телекоммуникационным сетям нового поколения*. Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова. Одесса, 2013.

16. Abramowitz M., Stegun I. A., Handbook of mathematical functions with formulas, graph and mathematical tables. *National Bureau of Standards; Applied Mathematics Series* **55** (1964), iss. June.

17. Nakagami M., The m-distribution – a general formula of intensity distribution of rapid fading. In *Statistical Methods of Radio Wave Propagation*, W. C. Hoffman (ed.), Pergamon Press, New York, 1960, pp. 3-36.

18. Угрелидзе Н. А., Распределение Накагами и его характеристики. *Инженерные Новости Грузии*, 2004, № 2, с. 19-23.

19. უგრელიძე ნ., სორდია მ., გორძამაშვილი დ., არასტაციონარული არხების მახასიათებლები. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის შრომები. თბილისი, 2008, № 1(467), გვ. 25-27.

20. Ugrelidze N., Sordia M., Shavgulidze S., Bit Error Rate of Spatial Modulation Systems for Nakagami-*m* Fading. *Proc. of the 2016 IEEE Region 10 Conferen-*

ce (TENCON), Marina Bay Sands, Singapore (November 22-25), 2016, pp. 1342-1347.

21. Knuth D. E., *The Art of Computer Programming*. Vol. 2, Addison-Wesley Longman, Inc., Massachusetts, 1998.

22. Угрелидзе Н. А., Генерирование случайных чисел с распределением Накагами. *Инженерные Новости Грузии*, 2004, № 4, с. 52-54.

თავი 2. ციფრულად მოდულირებული სიგნალები

2.1. სიგნალთა აღწერა, მათი პარამეტრები და მახასიათებლები

ქვემოთ მოყვანილი იქნება რამდენიმე ფუნდამენტური განმარტება, რომლებსაც აქვთ გარკვეული მნიშვნელობა, განსაკუთრებით იმ შემთხვევაში, როცა პირველად ვეხებით მოდულირებულ სიგნალებს ან, საზოგადოდ, სიგნალებს, კერძოდ:

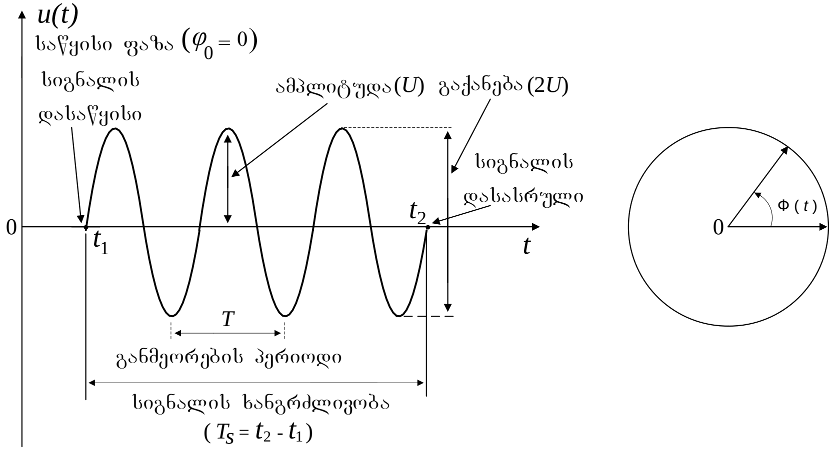
ი ნ ფ ო რ მ ა ც ი ა არის, რაიმე ობიექტის ან მოვლენის შესახებ ცნობების ერთობლიობა.

შ ე ტ ყ ო ბ ი ნ ე ბ ა არის, ინფორმაციის შემცველ გარკვეულ ნიშანთა ერთობლიობა ანუ გარკვეული ნიშნების მეშვეობით წარმოდგენილი ინფორმაცია.

ს ი გ ნ ა ლ ი არის, ფიზიკური პროცესი, რომელიც ასახავს შეტყობინებას; ე.ი. სიგნალი არის შეტყობინების ფიზიკური მატარებელი. იგი წარმოადგენს შეტყობინების შესაბამისად დროში ცვლად რომელიღაც ფიზიკურ სიდიდეს (ძაბვას, დენს, ველის დაძაბულობას და ა.შ.) და ამიტომ, ის შეიძლება გამოისახოს დროის რაიმე ფუნქციით.

ნახ. 2.1(ა)-ზე ნაჩვენებია ცვლადი ძაბვით წარმოდგენილი სინუსოიდური სიგნალი და მისი პარამეტრები, სადაც U არის სიგნალის ამპლიტუდა, T სიგნალის განმეორების პერიოდია, ხოლო $1/T = f_0$ არის სიგნალის სიხშირე. ეს სიგნალი შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგი გამოსახულების სახით:

$$u(t) = U\cos\left[\Phi(t)\right], \tag{2.1}$$



(ა) (ბ)

ნახ. 2.1. ცვლადი ძაბვით წარმოდგენილი სიგნალი

სადაც $\Phi(t)$ არის სიგნალის ფაზა.

უმარტივეს შემთხვევაში, სიგნალის ფაზა შეიძლება იცვლებოდეს წრფივი კანონით, მაგალითად ასე:

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \varphi_0 , \tag{2.2}$$

სადაც φ_0 სიგნალის საწყისი ფაზაა, ანუ ფაზა დროის $t = t_1$ მომენტში.

თუ (2.2) გამოსახულებას შევიტანთ (2.1)-ში გვექნება

$$u(t) = U \cos(\omega_0 t + \varphi_0) . \tag{2.3}$$

ცხადია, რომ მოცემული სიგნალი წარმოადგენს პერიოდულ (ჰარმონიულ) რხევას, რომლის მნიშვნელობები მეორდება ყოველი T პერიოდის (დროის) შემდეგ და ეს პერიოდი დაკავშირებულია სიგნალის ფაზის ცვლილების სიჩქარესთან, კერძოდ, ერთ T პერიოდში სიგნალის ფაზა $\Phi(t)$ იცვლება სიდიდით $\omega_0 T = 2\pi$ (**ნახ. 2.1(ბ)**), საიდანაც

$$\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi f_0 \tag{2.4}$$

და მას უწოდებენ სიგნალის კუთხურ სიხშირეს.

თუ $u(t)$-ს წარმოვადგენთ ზოგადი $s(t)$ სიგნალის სახით, რომელსაც აქვს $U=\sqrt{2P_s}$ ამპლიტუდა, მაშინ (2.3) გადაიწერება შემდეგნაირად:

$$s(t)=\sqrt{2P_s}\,\cos\left(2\pi f_0 t+\varphi_0\right). \tag{2.5}$$

იმის გათვალისწინებით, რომ სიგნალის სიმძლავრე $P_s=E_s/T_s$ (E_s არის ელემენტარული, T_s ხანგრძლივობის, სიგნალის ენერგია), (2.5) მიიღებს სახეს:

$$s(t)=\sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\,\cos\left(2\pi f_0 t+\varphi_0\right). \tag{2.6}$$

თანამედროვე უსადენო კავშირის სისტემებში, ძირითადად, ინფორმაციის გადასაცემად სწორედ ასეთი ტიპის სიგნალებს იყენებენ, პირველ რიგში მათი საუკეთესო სპექტრული მახასიათებლების (ვიწროზოლოვნების) გამო.

ელემენტარული, ანუ დროის $T_s=t_2-t_1$ ინტერვალში არსებული, სიგნალის ენერგია

$$E_s=\int_{t_1}^{t_2} s^2(t)\,dt=\int_{0}^{T_s} s^2(t)\,dt\,. \tag{2.7}$$

ამავე ინტერვალში სიგნალის საშუალო სიმძლავრე, ანუ ელემენტარული სიგნალის სიმძლავრე

$$P_s=\left[\int_{t_1}^{t_2} s^2(t)\,dt\right]\Big/\left(t_2-t_1\right)=\left[\int_{0}^{T_s} s^2(t)\,dt\right]\Big/T_s\ ; \tag{2.8}$$

ხოლო სიგნალის სიმძლავრე დროის ნებისმიერ, კონკრეტულ ანუ მყისიერ, t მომენტისთვის

$$P_i(t) = s^2(t). \tag{2.9}$$

გამოსახულება (2.6)-ით ჩაწერილ სიგნალის შესახებ ვამბობთ, რომ სიგნალი წარმოდგენილია ტრიგონომეტრიულ ფორმაში, თუმცა, ის შეიძლება ჩავწეროთ კომპლექსურ ფორმაშიც:

$$\boldsymbol{s}(t) = \sqrt{2P_s} \cdot e^{i\Phi(t)} = \sqrt{2P_s} \cos\Phi(t) + i\sqrt{2P_s} \sin\Phi(t), \quad i = \sqrt{-1}, \tag{2.10}$$

საიდანაც

$$s(t) = \mathrm{Re}\left[\boldsymbol{s}(t)\right]. \tag{2.11}$$

2.2. მოდულირებული სიგნალები

დავუშვათ შეტყობინება, რომელიც შეიცავს გარკვეულ ინფორმაციას, წარმოდგენილია M-ობითი ციფრული $v_1, v_2, \ldots$ სიმბოლოებით $\left(v_i \in \{0,1,\ldots,(M-1)\}\right)$ (მათ შემდგომში საინფორმაციო სიმბოლოებს ვუწოდებთ) და დგას მათი გადაცემის ამოცანა. ეს შეიძლება განვახორციელოთ ჰარმონიული $s(t)$ სიგნალის გამოყენებით, თუ ამ სიგნალის ერთ-ერთ პარამეტრს (ამპლიტუდა, სიხშირე, ფაზა) დროში შევცვლით გადასაცემი საინფორმაციო სიმბოლოების ცვლილებათა შესაბამისად. ამ პროცესს ეწოდება მოდულაციის პროცესი და იმის მიხედვით, თუ სიგნალის რომელი პარამეტრი იცვლება, გვაქვს შესაბამისი ტიპის მოდულაცია. მაგალითად, წარმოდგენილ სიგნალთაგან:

$$\left.\begin{aligned} s(t) &= \sqrt{2E_s(t)/T_s} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \\ s(t) &= \sqrt{2E_s/T_s} \cos(\omega_i t + \varphi_0) \\ s(t) &= \sqrt{2E_s/T_s} \cos(\omega_0 t + \varphi(t)) \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

პირველი სიგნალია ამპლიტუდური მოდულაციით (Amplitude shift keying – ASK), მეორე – სიხშირული მოდულაციით (Frequency shift keying – FSK),

ხოლო მესამე – ფაზური მოდულაციით (Phase shift keying – PSK); თუმცა, მოდულაცია შეიძლება განხორციელდეს სიგნალის რამდენიმე პარამეტრის ერთდროულად ცვლილებითაც; მაგალითად,

$$s(t)=\sqrt{2E_s(t)/T_s}\cos\left(\omega_0 t+\varphi(t)\right) \tag{2.13}$$

არის სიგნალი ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციით (Amplitude-phase shift keying – APSK) (ხშირად ჩამოთვლილი ციფრული მოდულაციები მანიპულაციებადაც მოიხსენიება).

გარდა სიგნალის, ზემოთ მოყვანილ, ტრიგონომეტრიულ და კომპლექსურ ფორმაში წარმოდგენისა, შეიძლება ისინი წარმოვადგინოთ ვექტორულადაც. კერძოთ, თუ $\mathbf{s}$ სიგნალს განვიხილავთ, როგორც ვექტორს, მოცემულს N განზომილებიან ორთონორმირებულ ბაზისში, შეგვიძლია დავწეროთ [1, 2-5]:

$$\mathbf{s}=c_1\psi_1(t)+c_2\psi_2(t)+\cdots+c_N\psi_N(t)=\sum_{k=1}^{N}c_k\psi_k(t), \tag{2.14}$$

სადაც $c_1,c_2,\ldots,c_N$ სიგნალის კოორდინატებია; $\psi_1(t),\psi_2(t),\ldots,\psi_N(t)$ არის საბაზისო ვექტორები, ხოლო N სივრცის განზომილებაა. ამ მიდგომით, შეგვიძლია ვიმსჯელოთ N განზომილებიან (N dimensional – ND) მოდულირებულ სიგნალებზე და შემდგომში განვიხილავთ პრაქტიკულად ისეთ საინტერესო შემთხვევებს, როცა $N>1$.

მოდულირებულ სიგნალთა ეფექტურობის შესაფასებლად გამოიყენება ოთხი ძირითადი მახასიათებელი:

ს ი გ ნ ა ლ თ ა ს პ ე ქ ტ რ უ ლ ი ე ფ ე ქ ტ უ რ ო ბ ა – $S_E=R/B$ ბიტი/წმ/ჰც [2, 3, 6, 7], სადაც R ინფორმაციის გადაცემის სიჩქარეა (ბიტი/წმ), ხოლო B არის სიგნალის სიხშირული ზოლის სიგანე (ჰც) (შესაბამისი ნორმირებებით); მაგრამ რადგან სიგნალის სიხშირული ზოლის განსაზღვრის მრავალ ინტერპრეტაციასთან გვაქვს საქმე [1], ხშირად უფრო მოსახერხებელია, მიახლოებით ერთნაირი სპექტრის

სიგანის მქონე M -ობითი სიგნალის გადაცემის შემთხვევაში, სპექტრული ეფექტურობის შესაფასებლად გამოვიყენოთ გამოსახულება

$$S_E = \log_2(M) \tag{2.15}$$

ერთეულით ბიტი/წმ/ჰც ან ბიტი გამოყენებულ არხზე (bit per channel use – bpcu).

ს ი გ ნ ა ლ თ ა ხ ე ლ შ ე შ ლ ა - მ დ გ რ ა დ ო ბ ა , რომელიც განისაზღვრება M -ობითი გადაცემული საინფორმაციო სიმბოლოს შეცდომით მიღების ხარისხით (Symbol error rate – SER).

ს ი გ ნ ა ლ ი ს ს ი ხ შ ი რ უ ლ ი ს პ ე ქ ტ რ ი ს ზ ო ლ ი ს ს ი გ ა ნ ე დ ა ს ი გ ნ ა ლ ი ს გ ა დ ა მ ც ე მ ი ს ა დ ა მ ი მ ღ ე ბ ი ს რ ე ა ლ ი ზ ა ც ი ი ს ს ი რ თ უ ლ ე .

სიგნალთა სიხშირული სპექტრის ზოლის სიგანის (B) განსაზღვრა-შეფასების რამდენიმე ვარიანტი არსებობს [1, 5]. ჩვენ ამას განვახორციელებთ იმ სიხშირული ზოლის მიხედვით, რომელშიც თავმოყრილია სიგნალის სრული სიმძლავრის გარკვეული პროცენტული ნაწილი, კერძოდ, 90% და 99% (განიხილება 50, 95, 99.9, 99.99 და 99.999 პროცენტიანი ზოლებიც).

ბოლო მახასიათებელი ტექნიკურია, მას ძირითადად განსაზღვრავს მიმდინარე ტექნოლოგიური განვითარება, ამიტომ ჩვენ, პრიორიტეტულად ყურადღებას გავამახვილებთ პირველ სამ მახასიათებელზე.

ცნობილია [1-4], რომ გაუსის არხისთვის მიიღწევა პოტენციური (მაქსიმალური) ხელშეშლა-მდგრადობა, თუ სიგნალთა დემოდულაციას (დეტექტირებას) მოვახდენთ ევკლიდეს სივრცეში მაქსიმალური დამაჯერებლობის (Maximum-likelihood – ML) პრინციპით; ამ დროს, შეფასება, v საინფორმაციო სიმბოლოს შესაბამისი, $\mathbf{s}$ გადმოცემული სიგნალის შესახებ:

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg\min_{\zeta}\left[d^2\left(\mathbf{z},\mathbf{s}_{\zeta}\right)\right], \quad \zeta \in \{1,2,\ldots,M\}, \tag{2.16}$$

რომელშიც $d^2(\mathbf{z},\mathbf{s}_\zeta)$ ევკლიდური მანძილის კვადრატია $\mathbf{z}$-სა და $\mathbf{s}_\zeta$-ს შორის, $\mathbf{z}$ არის გადმოცემული $\mathbf{s}$ სიგნალისა და გაუსის $\mathbf{n}$ ხელშეშლის ჯამი დეტექტორის შესასვლელზე $(\mathbf{z}=\mathbf{s}+\mathbf{n})$.

ზოგადად, თუ სიგნალები წარმოდგენილი არიან დროითი ფუნქციების სახით, მაშინ, ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა ორ ელემენტარულ $s_i(t)$ და $s_j(t)$ სიგნალს შორის [2, 6, 7]:

$$d^2\left(s_i(t),s_j(t)\right)=\int_0^{T_s}\left[s_i(t)-s_j(t)\right]^2 dt\,; \tag{2.17}$$

ხოლო თუ სიგნალები წარმოდგენილი არიან ვექტორების სახით, მაშინ

$$d^2\left(s_i,s_j\right)=\sum_{k=1}^{N}\left(c_{ki}-c_{kj}\right)^2. \tag{2.18}$$

აქ $c_{1i},c_{2i},\dots,c_{Ni}$ არის s_i სიგნალის კოორდინატები, ხოლო $c_{1j},c_{2j},\dots,c_{Nj}$ კი – s_j-ისა.

სიგნალების გაუსის არხით გადაცემისას SER შეიძლება შეფასდეს ზემოდან, თუ გამოვიყენებთ ადიტიურ (გაერთიანებულ) საზღვარს

$$\mathrm{SER}_U\le\left(\sum_{i=1}^{M}\sum_{\substack{j=1\\ i\ne j}}^{M-1}P_{ij}\right)\Big/M\,, \tag{2.19}$$

სადაც P_{ij} არის გადმოცემული s_i სიგნალის ნაცვლად s_j სიგნალის იდენტიფიკაციის ალბათობა (შეცდომის ალბათობა). თითოეული P_{ij}-თვის:

$$P_{ij}=1-\mathrm{erf}\left(0.5\cdot d\left(s_i,s_j\right)\cdot\sqrt{\mathrm{SNR}}\right), \tag{2.20}$$

სადაც SNR სიგნალ-ხელშეშლის თანაფარდობაა (Signal to noise ratio – SNR) გაუსის არხში. ის შემდგომში დეციბელებში (dB) იქნება წარმოდგენილი.

თუ გამოვიყენებთ (2.20) გამოსახულებას, SER შეიძლება ქვემოდანაც შეფასდეს შემდეგნაირად:

$$\mathrm{SER}_L \geq \left[1-\operatorname{erf}\left(0.5 \cdot d_{\min} \cdot \sqrt{\mathrm{SNR}}\right)\right] \Big/ M\,, \tag{2.21}$$

რომელშიც $d_{\min}$ კონსტელაციის ევკლიდური მანძილის მინიმალური მნიშვნელობაა. აუცილებელია აღინიშნოს, რომ (2.21) გამოსახულებით შეფასებული SER_L შეიძლება არ იყოს კომპაქტური SER_U-თან შედარებით, რომელიც განსაკუთრებით კომპაქტურია, როცა $\mathrm{SER} \leq 10^{-4}$.

რაც შეეხება $d_{\min}$-ს ან $d_{\min}^2$-ს, ის წარმოადგენს კონსტელაციის უმნიშვნელოვანეს პარამეტრს; სწორედ მის მიხედვით ხდება სხვადასხვა სიგნალთა სისტემების ერთმანეთთან შედარება და $\max\left[d_{\min}^2\right]$ კრიტერიუმით, პირველი მიახლოებით, პოტენციურად უკეთესი ხელშეშლა-მდგრადობის მქონე კონსტელაციის ამორჩევა. ზოგადად,

$$d_{\min}^2 = \min_{\substack{i=1,\ldots,M \\ j=1,\ldots,M \\ i<j}} \left[d^2\left(s_i, s_j\right)\right]. \tag{2.22}$$

საბოლოოდ, უფრო ზუსტად, სისტემის ხელშეშლა-მდგრადობა შეიძლება შეფასდეს სიგნალის მანძილთა სპექტრის გამოყენებით, რომელიც წარმოადგენს $d\left(s_i, s_j\right)$ $(i \neq j)$ ევკლიდურ მანძილთა ერთობლიობას.

2.3. ორგანზომილებიანი მოდულირებული სიგნალები

შეგვიძლია ვაჩვენოთ, რომ

$$\psi_1(t)=\sqrt{2/T_s}\,\cos\omega_0 t \quad \text{და} \quad \psi_2(t)=-\sqrt{2/T_s}\,\sin\omega_0 t$$

ფუნქციები $\left[0,T_s\right]$ ინტერვალში ქმნიან ორთონორმირებულ ბაზისს 2D ევკლიდეს სივრცეში, როცა $\omega_0 T_s \gg 1$.

გარდავქმნათ (2.6) გამოსახულება და წარმოვადგინოთ ის შემდეგი სახით:

$$s(t)=\sqrt{E_s}\cos\varphi_0\left[\sqrt{2/T_s}\cos\omega_0 t\right]+\sqrt{E_s}\sin\varphi_0\left[-\sqrt{2/T_s}\sin\omega_0 t\right]; \qquad (2.23)$$

აქედან, თუ $s(t)$-ს ჩავწერთ **s** ვექტორის სახით, გვექნება:

$$\mathbf{s}=\sqrt{E_s}\,\cos\varphi_0\cdot\psi_1(t)+\sqrt{E_s}\,\sin\varphi_0\cdot\psi_2(t), \qquad (2.24)$$

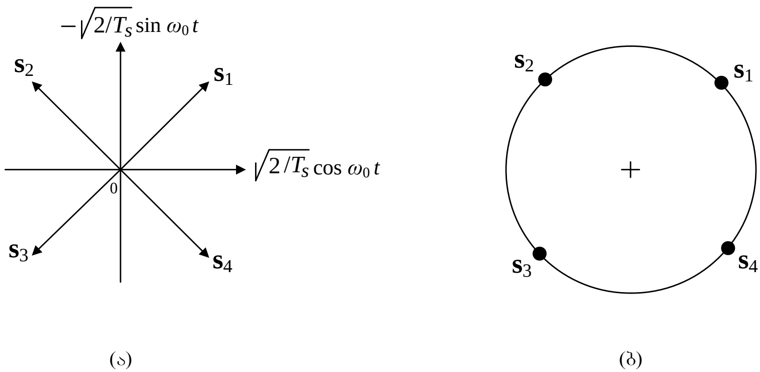
რომელშიც სიგნალის კოორდინატებია: $c_1=\sqrt{E_s}\,\cos\varphi_0$, $c_2=\sqrt{E_s}\,\sin\varphi_0$.

მ ა გ ა ლ ი თ ი 2 . 1 . დავუშვათ, გვაქვს MPSK სიგნალთა ანსამბლი $M=4$ სიგნალით (ე.ი. გვაქვს 4PSK):

$$\left.\begin{aligned}
s_1(t)&=\sqrt{2E_s/T_s}\,\cos\left(\omega_0 t+45^\circ\right)\\
s_2(t)&=\sqrt{2E_s/T_s}\,\cos\left(\omega_0 t+135^\circ\right)\\
s_3(t)&=\sqrt{2E_s/T_s}\,\cos\left(\omega_0 t+225^\circ\right)\\
s_4(t)&=\sqrt{2E_s/T_s}\,\cos\left(\omega_0 t+315^\circ\right)
\end{aligned}\right\}; \qquad (2.25)$$

თუ ამ სიგნალებს წარმოვადგენთ ვექტორების სახით, ზემოთ აღწერილ ბაზისში, მაშინ მათ ფაზურ დიაგრამას ექნება **ნახ. 2.2(ა)**-ზე მოყვანილი სახე, სადაც სასიგნალო ვექტორთა ნორმა ტოლია $\left\|s_i\right\|=\sqrt{E_s}$, $i\in\{1,2,3,4\}$. ამ დროს, თუ (2.25)-ით წარმოდგენილ სიგნალებს

ჩავწერთ, როგორც ვექტორს, მათი კონკრეტული კოორდინატებით, გვექნება:



ნახ. 2.2. სიგნალთა ვექტორული წარმოდგენა და შესაბამისი სიგნალთა კონსტელაცია (თანავარსკვლავედი)

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= \sqrt{E_s}\,\left(0.707, 0.707\right) \\ s_2 &= \sqrt{E_s}\,\left(-0.707, 0.707\right) \\ s_3 &= \sqrt{E_s}\,\left(-0.707, -0.707\right) \\ s_4 &= \sqrt{E_s}\,\left(0.707, -0.707\right) \end{aligned}\right\}. \tag{2.26}$$

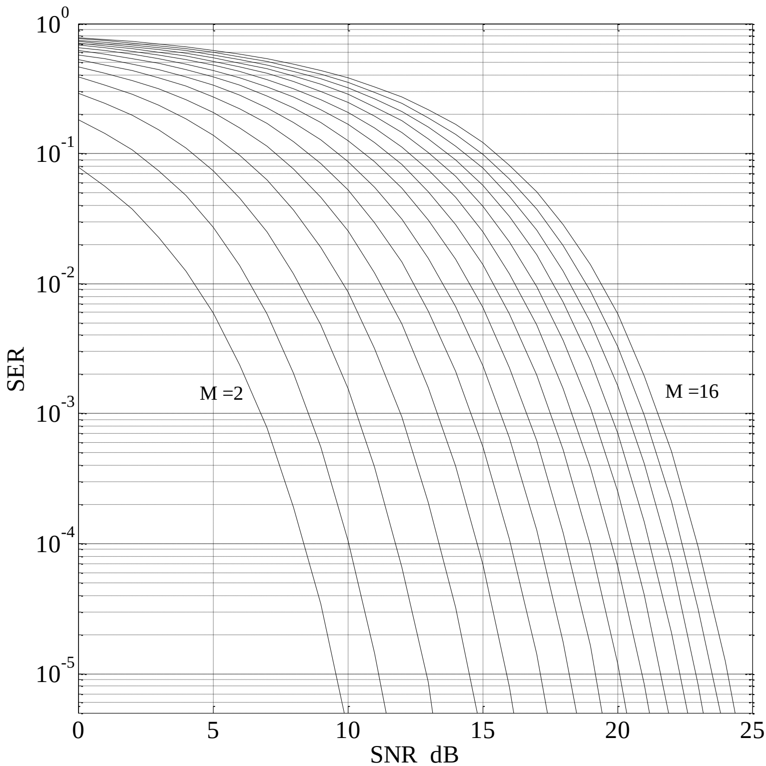
ვიზუალიზაციისათვის ხშირად, ვექტორების ნაცვლად, სიგნალთა ანსამბლს წარმოადგენენ ვექტორთა ბოლოებზე განთავსებული წერტილებით (**ნახ. 2.2(ბ)**) და მათ ერთობლიობას სიგნალთა კონსტელაციასაც (თანავარსკვლავედსაც) უწოდებენ.

განვიხილოთ 2D MPSK სიგნალები: ვთვლით, რომ ყველა მეზობელ ვექტორს შორის კუთხეები ერთნაირია, ე.ი. კონსტელაციაში სასიგნალო წერტილების განაწილება თანაბარია. ასეთ შემთხვევაში, კონსტელაციისთვის ევკლიდური მანძილის კვადრატის მინიმალური მნიშვნელობა შეიძლება გამოითვალოს გამოსახულებიდან:

$$d_{\min}^2 = 2E_s\left(1-\cos\left(2\pi/M\right)\right). \tag{2.27}$$

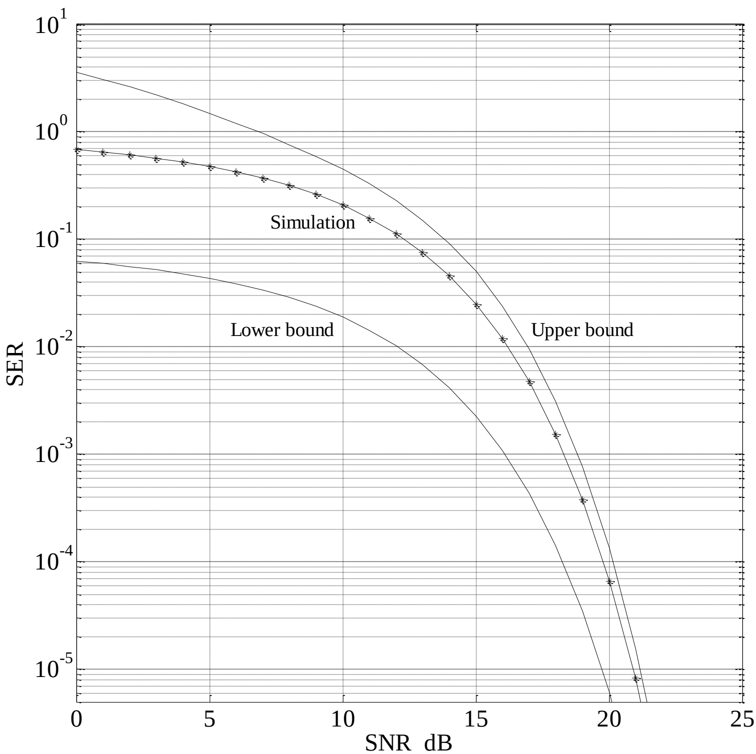
MPSK სიგნალთა სიხშირული სპექტრის ზოლის სიგანეებისათვის გვაქვს: $B_{90\%} = 0.8485$ და $B_{99\%} = 10.2858$.

MPSK სიგნალების SER მახასიათებლები გაუსის არხისათვის მოყვანილია **ნახ. 2.3**-ზე. ისინი მიღებულია მოდელირების გზით, რომლის დროსაც SNR -ის ყოველი მნიშვნელობისათვის გადაიცემოდა 50 000 000 M -ობითი საინფორმაციო სიმბოლო.



ნახ. 2.3. 2D M -ობითი $(M = 2,\ldots,16)$ PSK სიგნალების SER მახასიათებლები გაუსის არხში

ნახ. 2.4-ზე მოყვანილია მახასიათებლები 11PSK სიგნალისათვის, სადაც SER-ის ზედა (SER_U) და ქვედა (SER_L) საზღვრები გამოთვლილი არის, შესაბამისად, (2.19) და (2.21) ანალიზური გამოსახულებებით. მათ შორის მდებარე მრუდი, მიღებულია მოდელირებით, ანალოგიურად **ნახ. 2.3**-ზე წარმოდგენილი შედეგებისა. **ნახ. 2.4**-დან ჩანს, რომ SER-ის ზედა საზღვარი გაცილებით კომპაქტურია, ვიდრე ქვედა საზღვარი; ასეთი შედეგის არსებობა, ზოგადად, ზემოთაც იყო ნავარაუდები.



ნახ. 2.4. SER, ზედა საზღვარი (Upper bound), მოდელირებით მიღებული (Simulation) და ქვედა საზღვარი (Lower bound), 2D 11PSK სიგნალისათვის გაუსის არხში

განვიხილოთ 2D APSK სიგნალები: 2D სიგნალთა მრავალი APSK კონსტელაცია მოყვანილია [8-10]-ში, სადაც წარმოდგენილია მათი პარამეტრები და მახასიათებლები, ასევე ფორმირებისა და დემოდულაციის სქემები. ესენია MAPSK სიგნალთა კონსტელაციები ზომით $M \geq 4$.

ჩვენს მიერ ქვემოთ განხილული იქნება კონკრეტული კონფიგურაციის MAPSK კონსტელაციები სიგნალთა ენერგიის მხოლოდ ორი მნიშვნელობით; კერძოდ, შემთხვევები, როცა კონსტელაციაში გრძელ სასიგნალო ვექტორს შეესაბამება სიგნალი ენერგიით E_H , ხოლო მოკლე ვექტორს – E_L (ე.ი. $E_H > E_L$) [11]. თუ კონსტელაციაში სიგნალის საშუალო ენერგიას ავიღებთ $E_a = 1$ და ჩავთვლით, რომ ლუწი M -ის შემთხვევაში E_H და E_L ენერგიის მქონე სიგნალების რაოდენობა ერთნაირია ($M/2$ და $M/2$), ხოლო კენტი M -ის შემთხვევაში E_H ენერგიის მქონე სიგნალების რაოდენობა ტოლია $(M+1)/2$ და E_L ენერგიის მქონე სიგნალების რაოდენობა ტოლია $(M+1)/2-1$, შეგვიძლია დავწეროთ:

$$\begin{cases} E_H + E_L = 2, & M \text{ ლუწია,} \\ \dfrac{M+1}{M} \cdot E_H + \dfrac{M-1}{M} \cdot E_L = 2, & M \text{ კენტია,} \end{cases} \tag{2.28}$$

ვთვლით, რომ კონსტელაციის პირველი სიგნალი $(\mathbf{s}_1)$, ყოველთვის გრძელი ვექტორია ნულოვანი საწყისი ფაზით $(\varphi_1 = 0)$ და მისი კონფიგურაცია ისეთია, რომ თითოეული მოკლე სასიგნალო ვექტორი მოთავსებულია გრძელ ვექტორებს შორის, რა დროსაც, ყოველ გრძელ და მოკლე ვექტორს შორის, კუთხე ყოველთვის არის ϕ, რომელიც ტოლია:

$$\phi = \begin{cases} \dfrac{2}{M}, & M \text{ ლუწია,} \\ \dfrac{\varphi_M}{M-1}, & M \text{ კენტია.} \end{cases} \tag{2.29}$$

ევკლიდური მანძილის კვადრატის მინიმალური მნიშვნელობებია:

- უახლოეს გრძელ და მოკლე ვექტორების შესაბამის სიგნალებს შორის

$$d_{H,L}^2 = E_H + E_L - 2\sqrt{E_H \cdot E_L} \cdot \cos\phi \,; \tag{2.30}$$

- უახლოესი მოკლე ვექტორების შესაბამის სიგნალებს შორის

$$d_L^2 = 2E_L\left(1-\cos 2\phi\right); \tag{2.31}$$

- თუ M კენტია, უახლოეს გრძელ ვექტორთა შესაბამის სიგნალებს შორის

$$d_H^2 = 2E_H\left(1-\cos\varphi_M\right) = 2E_H\left(1-\cos\left[\left(M-1\right)\phi\right]\right). \tag{2.32}$$

თუ თანაფარდობა სიგნალთა E_H და E_L ენერგიებს შორის არის

$$k = E_H / E_L \,, \tag{2.33}$$

მაშინ, (2.28)-დან გვექნება

$$\begin{cases} E_L = \dfrac{2}{1+k}, & M \text{ ლუწია,} \\ E_H = 2\Big/\left(\dfrac{M+1}{M}\cdot k + \dfrac{M-1}{M}\right), & M \text{ კენტია.} \end{cases} \tag{2.34}$$

კონსტელაციათა მაგალითები, როცა $M=8$ და $M=7$, მოყვანილი არის, შესაბამისად, **ნახ. 2.5(ა)**-სა და **ნახ. 2.5(ბ)**-ზე.

ჩამოვაყალიბოთ კონსტელაციათა აგების პროცედურები:

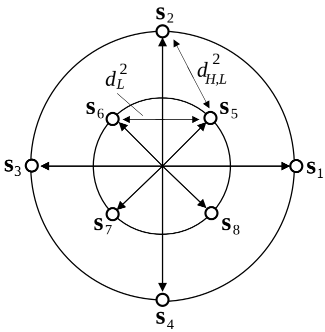
M **ლუწია.** დავუშვათ, რომ $d_{H,L}^2 = d_L^2$; მაშინ, თუ ვისარგებლებთ (2.30) გამოსახულებით, k-ს მნიშვნელობა შეგვიძლია გამოვთვალოთ განტოლებიდან:

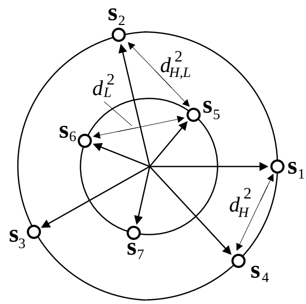
$$k - 2\sqrt{k} \cdot \cos\phi - \left(1 - 2\cos 2\phi\right) = 0, \tag{2.35}$$

ხოლო შემდგომ, $k > 1$ მნიშვნელობისათვის, (2.33) და (2.34) გამოსახულებების გამოყენებით განვსაზღვრავთ სიგნალთა ენერგიებს.

კონსტელაციის მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა

$$d_{\min}^2 = 2E_L\left(1 - \cos 2\phi\right); \tag{2.36}$$





ნახ. 2.5. რვაობითი (ა) და შვიდობითი (ბ) APSK კონსტელაციები

M **კენტია.** დავუშვათ, რომ $d_H^2 = d_{H,L}^2 = d_L^2$, მაშინ თუ ვისარგებლებთ (2.30)-(2.33) გამოსახულებებით, კენტი M-ის შესაბამისი ϕ-ის მნიშვნელობები შეგვიძლია გამოვთვალოთ განტოლებიდან:

$$\frac{1 - \cos 2\phi}{1 - \cos\left[\left(M - 1\right)\phi\right]} - 2\cos\phi \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos 2\phi}{1 - \cos\left[\left(M - 1\right)\phi\right]}} - \left(1 - 2\cos 2\phi\right) = 0. \tag{2.37}$$

კონსტელაციის კონფიგურაციის გათვალისწინებით მოცემული განტოლების ნამდვილი ამონახსნებიდან ვირჩევთ ϕ-ის ისეთ მნიშვნელობას, რომელიც აკმაყოფილებს პირობას: $2\pi/(M+1)<\phi<2\pi/(M-1)$ და შემდგომ, (2.33)-(2.36) გამოსახულებების შესაბამისად, გამოვთვლით კონსტელაციის სხვა პარამეტრებსაც.

აღწერილი წესით აგებულ კონსტელაციათა პარამეტრები მოყვანილია **ცხრილ 2.1**-ში და თუ მათი მიხედვით ვიმსჯელებთ, $M>4$ შემთხვევებში უპირატესობა უნდა მიენიჭოს აგებულ APSK სიგნალებს ცნობილ PSK სიგნალებთან შედარებით.

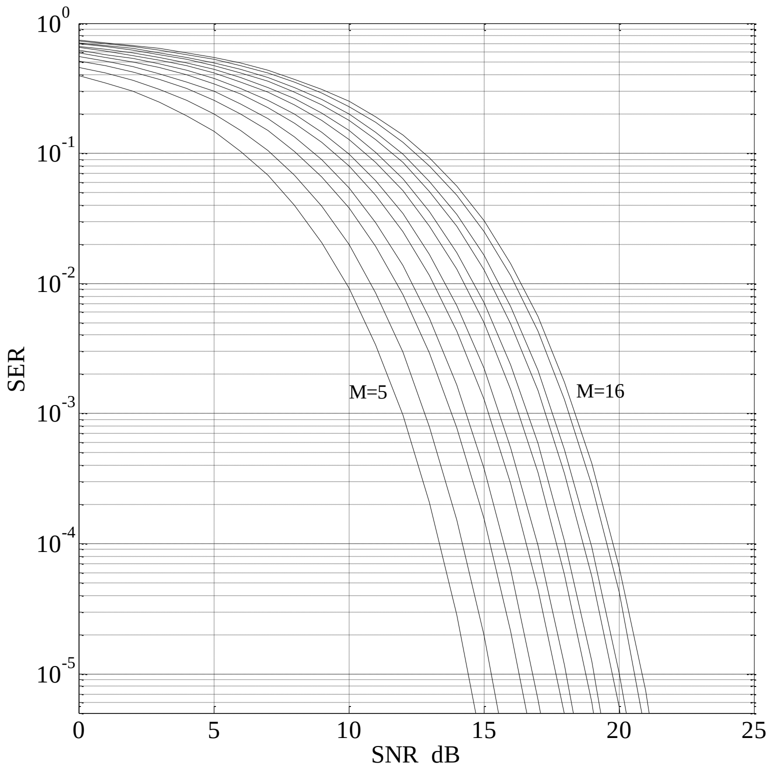
ცხრილი 2.1. APSK კონსტელაციათა პარამეტრები

M	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
E_H	1.5	1.4141	1.6	1.4693	1.5774	1.4676	1.5390	1.4494	1.5	1.4262	1.4639	1.4022	1.4314
E_L	0.5	0.3789	0.4	0.3743	0.4227	0.4155	0.4610	0.4608	0.5	0.5028	0.5361	0.5404	0.5686
ϕ°	90	75	60	52.17	45	40	36	32.47	30	27.36	25.71	23.65	22.5
$d^2_{\min}$ APSK	2.0000	1.4141	1.2000	0.9339	0.8453	0.6867	0.6371	0.5312	0.5000	0.4248	0.4037	0.3478	0.3331
$d^2_{\min}$ PSK	2.000	1.382	1.000	0.753	0.585	0.467	0.382	0.317	0.267	0.229	0.198	0.172	0.152

ნახ. 2.6-ზე, მოყვანილია MAPSK სიგნალების SER მახასიათებლები გაუსის არხისათვის. ისინი მოდელირების გზით არიან მიღებული, რომლის დროსაც, SNR-ის ყოველი მნიშვნელობისათვის, ისე, როგორც PSK სიგნალების შემთხვევაში (იხ. **ნახ. 2.3**), გადაიცემოდა 50 000 000 M-ობითი საინფორმაციო სიმბოლო (მომავალშიც, მოდე-

ლირების ყველა პროცედურა ანალოგიური პარამეტრებით იქნება განხორციელებული).

ნახ. 2.3-ზე მოყვანილი შედეგების შედარება **ნახ. 2.6**-ზე წარმოდგენილ შედეგებთან, კიდევ ერთხელ ადასტურებს აგებული MAPSK სიგნალების უპირატესობას MPSK სიგნალებთან შედარებით.



ნახ. 2.6. 2D M-ობითი $(M=5,\ldots,16)$ APSK სიგნალების SER მახასიათებლები გაუსის არხისათვის

დასასრულს, შევნიშნავთ, რომ რომელიმე კონსტელაციის შემობრუნება, ნებისმიერი მიმართულებით და ნებისმიერი კუთხით, მოგვცემს დისტანციურად ექვივალენტურ კონსტელაციას.

შემდგომში, ოთხგანზომილებიანი მოდულირებული სიგნალების სახით წარმოდგენილი იქნება 4D 2FSK-MPSK და 4D 2FSK-MAPSK სტრუქტურის სიგნალები, შესაბამისად, სიხშირულ-ფაზური და სიხშირულ-ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციით [12, 13].

2.4. ოთხგანზომილებიანი 2FSK-MPSK მოდულირებული სიგნალები

2FSK-MPSK ესაა ჰიბრიდული სისტემა, რომელიც წარმოადგენს ორობით სიხშირულ და M-ობით ფაზურ მოდულაციათა კომბინაციას. ამ დროს, ფაზური მოდულაცია ხორციელდება დამოუკიდებლად ორ $\omega_\varepsilon + \pi h / T_s$ და $\omega_\varepsilon - \pi h / T_s$ რად/წმ სიხშირეზე, სადაც h მოდულაციის ინდექსია, ხოლო T_s ერთი გადაცემული M-ობითი საინფორმაციო სიმბოლოს შესაბამისი ელემენტარული სიგნალის ხანგრძლივობა.

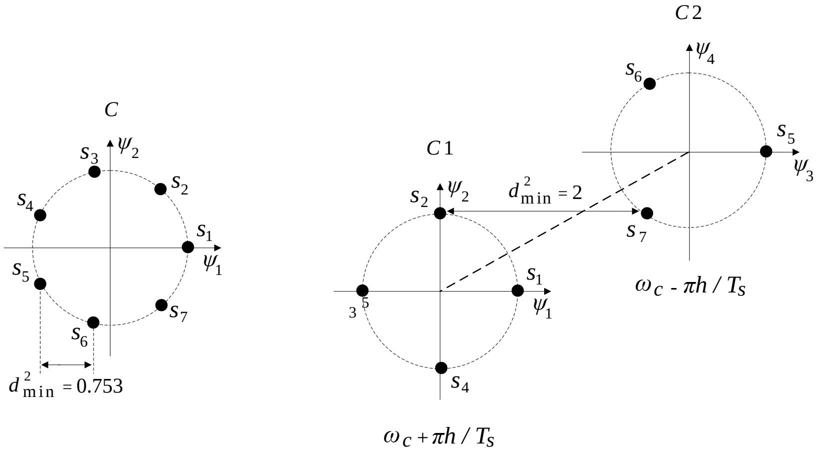
ანალიზურად 2FSK-MPSK სიგნალი შეიძლება ჩაიწეროს შემდეგნაირად [12]:

$$s_\tau(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}} \cos\left[\left(\omega_c \pm \frac{\pi h}{T_s}\right)t + \varphi_\tau\right], \quad 0 \le t \le T_s, \qquad (2.38)$$

რომელშიც E_s არის ელემენტარული T_s ხანგრძლივობის სიგნალის ენერგია, ხოლო φ_τ არის სიგნალის ფაზა, რომელიც შეიცავს გადასაცემ ინფორმაციას და $\tau \in \{1, 2, \ldots, M\}$. აქ და შემდგომშიც ვთვლით, რომ $E_s = 1$.

შემთხვევისათვის $M = 7$, მოდულაციის პროცესის ფიზიკური ინტერპრეტაცია ნაჩვენებია **ნახ. 2.7**-ზე, სადაც ჩვეულებრივი 2D 7PSK სიგნალი წარმოდგენილია C კონსტელაციით, ხოლო 2FSK-MPSK სიგნალი $C1$ და $C2$ ქვეკონსტელაციათა გაერთიანებით. ამ დროს, $C1$ ქვეკონსტელაციის ალფაბეტის ზომა $M1 = 4$, ხოლო $C2$-ისა – $M2 = 3$.

ნახაზზე $\psi_1,\ldots,\psi_4$ საბაზისო ვექტორებია. აქ ძნელი არაა შევამჩნიოთ, რომ $C1$ წარმოადგენს 4PSK ბიორთოგონალურ სიგნალს, ხოლო $C2$ წარმოადგენს 3PSK სიმპლექსურ სიგნალს [2, 7].



ნახ. 2.7. ჩვეულებრივი 2D 7PSK და 4D 2FSK-7PSK სიგნალთა ინტერპრეტაცია

მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა 2D 7PSK-თვის ტოლია $d^2_{\min} = 0.753$, ხოლო 4D 2FSK-7PSK-თვის – $d^2_{\min} = 2$, როცა $h = 1$.

ცალ-ცალკე $C1$ და $C2$ ქვეკონსტელაციები, გაუსის არხისათვის, წარმოადგენენ ოპტიმალურ M1PSK და M2PSK სიგნალებს, შესაბამისად, მინიმალურ ევკლიდურ მანძილთა კვადრატებით $d^2_{\min(\mathrm{M1PSK})}$ და $d^2_{\min(\mathrm{M2PSK})}$ ნებისმიერი h-თვის. ამიტომ, 2FSK-MPSK სიგნალის მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა შემოსაზღვრული იქნება ზემოდან შემდეგნაირად:

$$d_{\min}^2 \le \min\left[d_{\min(\mathrm{M1PSK})}^2, d_{\min(\mathrm{M2PSK})}^2\right]. \tag{2.39}$$

ზოგადად, 2FSK-MPSK სიგნალის ალფაბეტის ზომა $M = M1 + M2$. შემდგომში ჩვენს მიერ განხილული იქნება შემთხვევები, როცა $M1 = M2$, თუ M ლუწია; წინააღმდეგ შემთხვევაში, $M1 = M2 + 1$. ამ ვარიანტისთვის (2.39) მიიღებს სახეს:

$$d_{\min}^2 \le d_{\min(\mathrm{M1PSK})}^2. \tag{2.40}$$

თუ გამოვიყენებთ გრამ-შმიდტის ორთონორმალიზაციის პროცედურას [2, 14] და [5, 15]-ში მოყვანილ მიდგომებს, (2.38) 4D სიგნალისათვის ავაგებთ შემდეგ ორთონორმირებულ ($0 - T_s$ ინტერვალში) საბაზისო ვექტორებს:

$$\begin{aligned}
\psi_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T_s}}\cos\left(\omega_c t + \frac{\pi h t}{T_s}\right),\\
\psi_1(t) &= -\sqrt{\frac{2}{T_s}}\sin\left(\omega_c t + \frac{\pi h t}{T_s}\right),\\
\psi_3(t) &= \frac{1}{\sqrt{D}}\left[\sqrt{\frac{2}{T_s}}\cos\left(\omega_c t - \frac{\pi h t}{T_s}\right) - a\right],\\
\psi_4(t) &= -\frac{1}{\sqrt{D}}\left[\sqrt{\frac{2}{T_s}}\sin\left(\omega_c t - \frac{\pi h t}{T_s}\right) - b\right].
\end{aligned} \tag{2.41}$$

აქ

$$D = 1 - K_1^2 - K_2^2, \quad K_1 = \frac{\sin 2\pi h}{2\pi h}, \quad K_2 = \frac{1 - \cos 2\pi h}{2\pi h},$$
$$a = K_1\psi_1(t) - K_2\psi_2(t), \quad b = K_2\psi_1(t) + K_1\psi_2(t).$$

(2.41)-დან გამომდინარე, შესაძლებელია M-ობითი 2FSK-MPSK სისტემის თითოეული s_τ $\left(\tau \in \{1, 2, \ldots M\}\right)$ სიგნალის კოორდინატების განსაზღვრა 4D ევკლიდეს სივრცეში ანალოგიურად [16]-ისა:

$$s_\tau = \begin{cases} \left(\cos\varphi_\tau, \sin\varphi_\tau, 0, 0\right), \quad \tau \in \{1, 2, \ldots, M1\}, \quad C1\text{-თვის}, \\ \left(K_1 \cos\varphi_\tau + K_2 \sin\varphi_\tau, K_1 \sin\varphi_\tau - K_2 \cos\varphi_\tau,\right. \\ \quad \left.\sqrt{D}\cos\varphi_\tau, \sqrt{D}\sin\varphi_\tau\right), \quad \tau \in \{M1+1, M1+2, \ldots, M\}, \quad C2\text{-თვის}. \end{cases} \tag{2.42}$$

თუ გამოვიყენებთ (2.18)-ს და (2.42)-ს, ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა სიგნალებს შორის, შეგვიძლია განვსაზღვროთ მათი კოორდინატების საშუალებით:

$$d^2\left(s_\alpha, s_\beta\right) = \left(k_{1\alpha} - k_{1\beta}\right)^2 + \left(k_{2\alpha} - k_{2\beta}\right)^2 + \left(k_{3\alpha} - k_{3\beta}\right)^2 + \left(k_{4\alpha} - k_{4\beta}\right)^2, \tag{2.43}$$

სადაც $\alpha, \beta \in \{1, 2, \ldots, M\}$ და $k_{n\alpha}$, $k_{n\beta}$ არის s_α და s_β სიგნალების n-ური კოორდინატი.

ანალიზურად, $C1$ ან $C2$ ქვეკონსტელაციის სიგნალებს შორის, ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა შეიძლება გამოთვლილი იქნას ისევე, როგორც გამოითვლება ჩვეულებრივი 2D MPSK სიგნალებისათვის:

$$d^2(\,\cdot\,) = 2\left[1 - \cos\left(\Delta\varphi\right)\right], \tag{2.44}$$

სადაც $\Delta\varphi$ ფაზათა სხვაობაა მოცემულ სიგნალებს შორის.

ანალოგიურად, (2.17)-ისა, თუ ვისარგებლებთ s_i და s_j სიგნალებს შორის ევკლიდური მანძილის კვადრატის გამოსათვლელი ზოგადი გამოსახულებით [2, 6, 7]

$$d^2\left(s_i, s_j\right) = \int_0^{T_s} \left[s_i(t) - s_j(t)\right]^2 dt \tag{2.45}$$

და მასში შევიტანთ (2.38)-ის შესაბამის მნიშვნელობებს, $C1$ და $C2$ ქვეკონსტელაციის სიგნალებს შორის ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობისათვის მივიღებთ გამოსახულებას [12]

$$d^2\left(s_i,s_j\right)=2\left[1-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(\varphi_i-\left(\varphi_j-\pi h\right)\right)\right], \qquad (2.46)$$

სადაც $i\in\{1,2,\ldots,M1\}$, $j\in\in\{M1+1,M1+2,\ldots,M\}$; φ_i არის s_i სიგნალის საწყისი ფაზა, φ_j არის s_j სიგნალის საწყისი ფაზა, ხოლო $\sin c\left(\pi h\right)=\sin\left(\pi h\right)/\left(\pi h\right)$.

თუ შემოვიტანთ აღნიშვნას $\varphi_j-\pi h=\varphi_j^s$, მაშინ (2.46) გადაიწერება ასე:

$$d^2\left(s_i,s_j\right)=2\left[1-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(\varphi_i-\varphi_j^s\right)\right]. \qquad (2.47)$$

ცხადია, აქ, ისევე როგორც (2.46)-ში, $s_i\in C1$ და $s_j\in C2$.

მ ო ვ ი ყ ვ ა ნ ო თ ო პ ტ ი მ ა ლ უ რ 2FSK-MPSK ს ი გ ნ ა ლ თ ა ა გ ე ბ ი ს მ ე თ ო დ ი : ეს არის რეგულარული, არა გადარჩევითი და არა ევრისტიული მეთოდი (განსხვავებით [17-21]-გან), რომელიც ეყრდნობა იმ ფაქტს, რომ გარკვეული სიგნალებისთვის ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა მონოტონურად ზრდადია მოცემულ სიგნალებს შორის ფაზათა სხვაობის ზრდის მიმართ (იხ. გამოსახულებები (2.44) და (2.47)). მოცემული მეთოდის გამოყენება საშუალებას იძლევა, მარტივად ავაგოთ ოპტიმიზირებული 2FSK-MPSK სიგნალთა სისტემა ნებისმიერი M-ისა და h-თვის. ჩამოვაყალიბოთ შემოთავაზებული მეთოდი.

დაუშვათ, გვაქვს ჰიპოტეტური ჩვეულებრივი 2D MPSK სიგნალთა C_s კონსტელაცია, რომელიც შეიცავს ორ ქვეკონსტელაციას C_s1-ს და C_s2-ს, შესაბამისად, ფაზათა მნიშვნელობებით $\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_{M1}$ (აქ, ზოგადობის დაურღვევლად შეგვიძლია ჩავთვალოთ, რომ $\varphi_1=0$) და $\varphi_{M1+1}^s,\varphi_{M1+2}^s,\ldots,\varphi_M^s$. თუ C_s1 ან C_s2 ქვეკონსტელაციების სიგნალებს შორის ევკლიდური მანძილის კვადრატს განვსაზღვრავთ (2.44) გამოსახულების შესაბამისად, ხოლო C_s1 და C_s2 ქვეკონსტელაციების სიგ-

ნალებს შორის (2.47) გამოსახულებით, მაშინ ოპტიმალური (მაქსიმალური $d^2_{\min}$-ის მიხედვით) C_s-ის ფაზათა მნიშვნელობები, **ლუწი** M**-ის** შემთხვევაში, განისაზღვრება სისტემიდან:

$$\begin{cases} \varphi_i = 2\pi(i-1)/M1, \\ \varphi^s_{M1+i} = \varphi_i + \pi/M1, \end{cases} \quad i \in \{1, 2, \ldots, M1\}. \tag{2.48}$$

ამ დროს, ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა ტოლია

$$d^2_{\min} = \min\left[2\left(1-\cos\left(4\pi/M\right)\right), 2\left(1-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(2\pi/M\right)\right)\right], \tag{2.49}$$

ხოლო მისი ზედა საზღვარი

$$d^2_{\min(\mathrm{M1PSK})} = 2\left(1-\cos\left(4\pi/M\right)\right). \tag{2.50}$$

ძნელი არ არის ვაჩვენოთ, რომ კონკრეტული M-ისა და h-თვის, რომელთათვისაც კმაყოფილდება პირობა $\sin c\left(\pi h\right) \le \dfrac{\cos\left(4\pi/M\right)}{\cos\left(2\pi/M\right)}$

$$d^2_{\min} = d^2_{\min(\mathrm{M1PSK})}. \tag{2.51}$$

ცხადია, (2.47)-ის გათვალისწინებით C_s კონსტელაციიდან შეგვიძლია მივიღოთ ოპტიმალური 2FSK-MPSK სისტემა, სადაც $C1$ ქვეკონსტელაციის ფაზათა მნიშვნელობებია $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{M1}$, ხოლო $C2$-სას გამოვთვლით ასე: $\varphi_{M1+1} = \varphi^2_{M1+1} \oplus \pi h,\ \varphi_{M1+2} = \varphi^2_{M1+2} \oplus \pi h, \ldots, \varphi_M = \varphi^2_M \oplus \pi h$; აქ ნიშანი „$\oplus$“ აღნიშნავს აჯამვას 2π-ის მოდულით.

კენტი M**-ის** შემთხვევისთვის თუ დავუშვებთ, რომ

$$2\left(1-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(\varphi_{M1}/2M2\right)\right) = 2\left(1-\cos\left(\varphi_{M1}\right)\right), \tag{2.52}$$

მივიღებთ განტოლებას $\cos\left(\varphi_{M1}\right) - \sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(\varphi_{M1}/2M2\right) = 0$, საიდანაც მარტივად გამოვთვლით φ_{M1}-ის მნიშვნელობას. მაშინ C_s კონსტელაციის ფაზები შეგვიძლია განვსაზღვროთ სისტემიდან:

$$\begin{cases} \varphi_i = \varphi_{M1}(i-1)/M2, \\ \varphi_{M1+i}^s = \varphi_i + \varphi_{M1}/2M2, \end{cases} \qquad i \in \{1,2,\ldots,M2\}. \tag{2.53}$$

ამის შემდგომ, ლუწი M -ის შემთხვევის ანალოგიურად, ავაგებთ ოპტიმალურ 2FSK-MPSK სისტემას, რომლისთვისაც

$$d_{\min}^2 = 2\left(1-\cos\left(\varphi_{M1}\right)\right) \tag{2.54}$$

და მისი მნიშვნელობა ყოველთვის იქნება ზედა საზღვარზე.

ნახ. 2.8-ზე მაგალითისათვის, მოყვანილია ოპტიმიზირებული 2FSK-MPSK სისტემის აგების პროცედურა $M=8$ და $M=7$ შემთხვევებისათვის, როცა $h=0.4$. ამ დროს, სიგნალთა ფაზების მნიშვნელობებისათვის გვაქვს:

$M=8,$

$\varphi_1 = 0^\circ,\ \ \varphi_2 = 90^\circ,\ \ \varphi_3 = 180^\circ,\ \ \varphi_4 = 270^\circ,$

$\varphi_5^s = 45^\circ,\ \ \varphi_6^s = 135^\circ,\ \ \varphi_7^s = 225^\circ,\ \ \varphi_8^s = 315^\circ,$

$\varphi_5 = 117^\circ,\ \ \varphi_6 = 207^\circ,\ \ \varphi_7 = 297^\circ,\ \ \varphi_8 = 27^\circ.$

$M=7,$

$\varphi_1 = 0^\circ,\ \ \varphi_2 = 99.7327^\circ,\ \ \varphi_3 = 199.4653^\circ,\ \ \varphi_4 = 299.1980^\circ,$

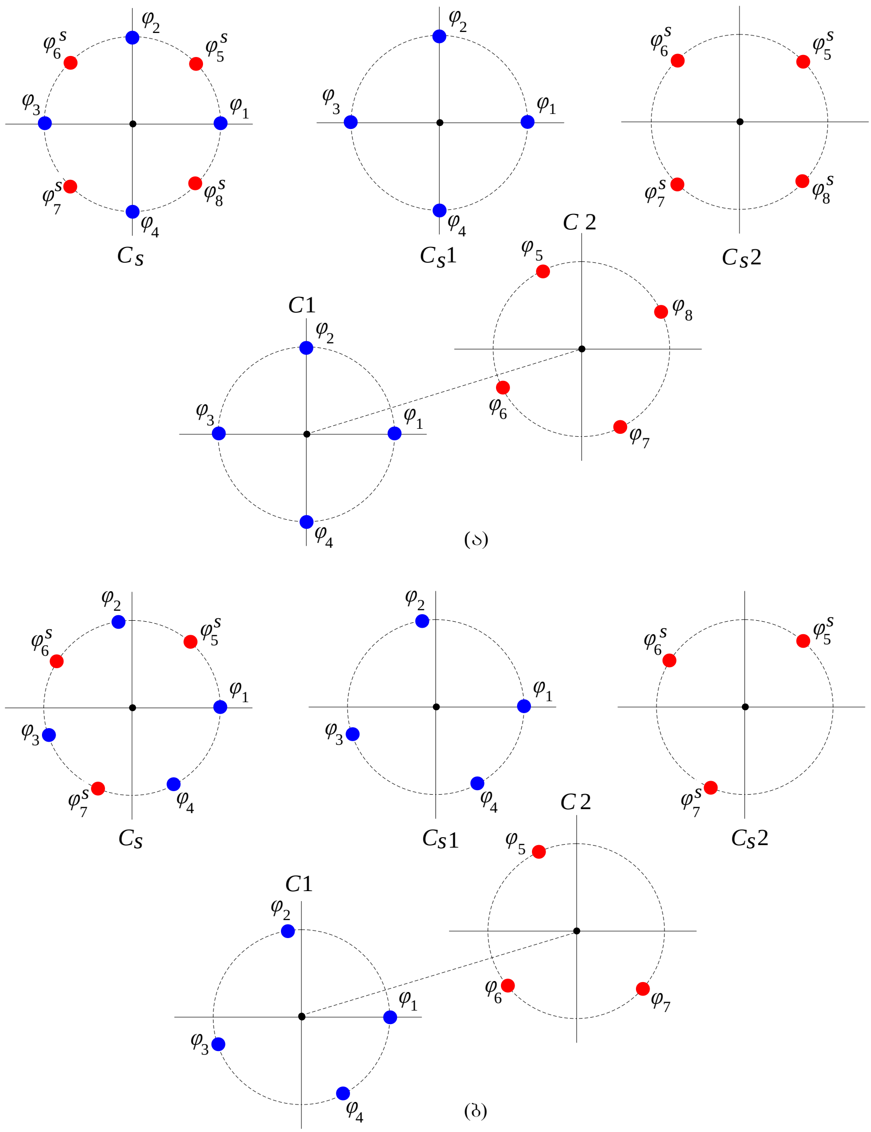
$\varphi_5^s = 49.8663^\circ,\ \ \varphi_6^s = 149.5990^\circ,\ \ \varphi_7^s = 249.3317^\circ,$

$\varphi_5 = 121.8663^\circ,\ \ \varphi_6 = 221.59990^\circ,\ \ \varphi_7 = 321.3317^\circ.$

ცხადია, აქაც და შემდგომშიც ფაზათა რანჟირება შესაძლებელია მათი ზრდადობის მიხედვით, თითოეულ ქვეკონსტელაციაში.

მოყვანილი მეთოდების გამოყენებით ჩვენ ავაგებთ 2FSK-MPSK სიგნალებს შემთხვევებისათვის $M = 4\text{-}16$, როცა $h = 0.1, 0.2, \ldots, 1$. h -ის მოყვანილი მნიშვნელობები უზრუნველყოფენ სიგნალთა საუკეთესო ენერგეტიკულ სპექტრს, რომელთა შეფასება მოცემულია **ცხრილ 2.2**-ში. მოცემულ ცხრილში, სიხშირული ზოლები ნორმირებულია შესაბამისი MPSK სიგნალების ზოლებით. მოყვანილი რიცხვითი მნიშვნელობები გვაძლევს იმის საშუალებას, რომ 2FSK-MPSK სიგნალების

სპექტრული ეფექტურობა შევაფასოთ (2.15) გამოსახულების გამოყენებით.



ნახ. 2.8. 2FSK-8PSK (ა) და 2FSK-7PSK (ბ) სიგნალთა აგების პროცედურები

ცხრილი 2.2. 2FSK-MPSK -ს ნორმირებული სიხშირული ზოლები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
99%	0.9994	0.9975	0.9940	0.9894	0.9851	0.9824	0.9809	0.9801	0.9799	0.9802
90%	1.0210	1.0744	1.1256	1.1603	1.1871	1.2125	1.2394	1.2697	1.3045	1.3449

ჩვენს მიერ აგებული 2FSK-MPSK სიგნალების პარამეტრები მოყვანილია ქვემოთ, **ცხრილებში 2.3-2.17**.

ცხრილი 2.3. 2FSK-2PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	198	216	234	252	270	288	306	324	342	0
$d^2_{\min}$	3.9673	3.8710	3.7168	3.5137	3.2732	3.0091	2.7358	2.4678	2.2186	2.0000
γ dB	–0.04	–0.14	–0.32	–0.56	–0.87	–1.24	–1.65	–2.10	–2.56	–3.01

ცხრილი 2.4. 2FSK-3PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	270	270	270	270	270	270	270	270	270	270
φ_3	153	171	189	207	225	243	261	279	297	315
$d^2_{\min}$	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000
γ dB	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76	–1.76

ცხრილი 2.5. 2FSK-4PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
φ_3	108	126	144	162	0	18	36	54	72	90
φ_4	288	306	324	342	180	198	216	234	252	270
$d^2_{\min}$	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000	2.0000
γ dB	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

ცხრილი 2.6. 2FSK-5PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	143.8777	143.5143	142.9197	142.1117	141.1168	139.9719	138.7250	137.4348	136.1689	135
φ_3	287.7555	287.0286	285.8394	284.2233	282.2335	279.9438	277.4500	274.8696	272.3378	270
φ_4	89.9389	107.7572	125.4599	143.0558	160.5584	177.9860	195.3625	212.7174	6.2534	22.5
φ_5	233.8166	251.2714	268.3795	285.1675	301.6751	317.9579	334.0875	350.1522	230.0845	247.5
$d^2_{\min}$	1.3901	1.4143	1.4541	1.5086	1.5762	1.6546	1.7407	1.8302	1.9184	2.0000
γ dB	0.03	0.10	0.22	0.38	0.57	0.78	1.00	1.22	1.42	1.61

ცხრილი 2.7. 2FSK-6PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
φ_3	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
φ_4	78	96	114	12	30	48	66	84	102	0
φ_5	198	216	234	132	150	168	186	204	222	120
φ_6	318	336	354	252	270	288	306	324	342	240
$d^2_{\min}$	1.0164	1.0645	1.1416	1.2432	1.3634	1.4954	1.6321	1.7661	1.8907	2.0000
γ dB	0.07	0.27	0.58	0.95	1.35	1.75	2.13	2.47	2.77	3.01

ცხრილი 2.8. 2FSK-7PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	102.6437	102.0192	101.0275	99.7327	98.2104	96.5411	94.8060	93.0856	91.4585	90
φ_3	205.2875	204.0385	202.0550	199.4653	196.4208	193.0823	189.6121	186.1712	182.9169	180
φ_4	307.9312	306.0577	303.0825	299.1980	294.6312	289.6234	284.4181	279.2568	274.3754	270
φ_5	69.3219	87.0096	104.5137	121.8663	139.1052	156.2706	3.0151	16.7140	30.6462	45

φ_6	171.9656	189.0289	205.5412	221.5990	237.3156	252.8117	173.4030	190.5428	207.7292	225
φ_7	274.6093	291.0481	306.5687	321.3317	335.5260	349.3528	268.2090	283.6284	299.1877	315
$d^2_{\min}$	0.7706	0.8228	0.9083	1.0243	1.1664	1.3283	1.5020	1.6783	1.8474	2.0000
γ dB	0.10	0.39	0.81	1.34	1.90	2.47	3.00	3.48	3.90	4.24

ცხრილი 2.9. 2FSK-8PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
φ_3	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
φ_4	270	270	270	270	270	270	270	270	270	270
φ_5	63	81	9	27	45	63	81	9	27	45
φ_6	153	171	99	117	135	153	171	99	117	135
φ_7	243	261	189	207	225	243	261	189	207	225
φ_8	333	351	279	297	315	333	351	279	297	315
$d^2_{\min}$	0.6089	0.6770	0.7860	0.9297	1.0997	1.2865	1.4797	1.6693	1.8454	2.0000
γ dB	0.17	0.63	1.28	2.01	2.74	3.42	4.02	4.55	4.98	5.33

ცხრილი 2.10. 2FSK-9PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	79.7534	79.0468	77.9641	76.6086	75.0794	73.4629	72	72	72	72
φ_3	159.5068	158.0935	155.9282	153.2173	150.1589	146.9259	144	144	144	144
φ_4	239.2601	237.1403	233.8923	229.8259	225.2383	220.3888	216	216	216	216
φ_5	319.0135	316.1870	311.8564	306.4345	300.3177	293.8517	288	288	288	288
φ_6	57.8767	75.5234	92.9821	110.3043	127.5397	5.1202	18	36	54	0
φ_7	137.6301	154.5701	170.9461	186.9129	202.6191	144.7315	162	180	198	72
φ_8	217.3834	233.6169	248.9103	263.5216	277.6986	218.1944	234	252	270	216
φ_9	297.1368	312.6636	326.8743	340.1302	352.7780	291.6573	306	324	342	288
$d_{\min}^2$	0.4903	0.5568	0.6655	0.8122	0.9904	1.1913	1.3820	1.3820	1.3820	1.3820
γ dB	0.20	0.76	1.53	2.40	3.26	4.06	4.70	4.70	4.70	4.70

ცხრილი 2.11. 2FSK-10PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	72	72	72	72	72	72	72	72	72	72
φ_3	144	144	144	144	144	144	144	144	144	144
φ_4	216	216	216	216	216	216	216	216	216	216
φ_5	288	288	288	288	288	288	288	288	288	288
φ_6	54	0	18	36	54	0	18	36	54	0
φ_7	126	72	90	108	126	72	90	108	126	72
φ_8	198	144	162	180	198	144	162	180	198	144
φ_9	270	216	234	252	270	216	234	252	270	216
φ_{10}	342	288	306	324	342	288	306	324	342	288
$d^2_{\min}$	0.4085	0.4863	0.6111	0.7754	0.9699	1.1836	1.3820	1.3820	1.3820	1.3820
γ dB	0.29	1.05	2.04	3.08	4.05	4.91	5.58	5.58	5.58	5.58

ცხრილი 2.12. 2FSK-11PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	65.1930	64.4621	63.3839	62.0848	60.6661	60	60	60	60	60

φ_3	130.3860	128.9242	126.7678	124.1696	121.3322	120	120	120	120	120
φ_4	195.5789	193.3862	190.1516	186.2543	181.9984	180	180	180	180	180
φ_5	260.7719	257.8483	253.5355	248.3391	242.6645	240	240	240	240	240
φ_6	325.9649	322.3104	316.9194	310.4239	303.3306	300	300	300	300	300
φ_7	50.5965	68.2310	85.6919	103.0424	2.9975	18	36	54	12	30
φ_8	115.7895	132.6931	149.0758	165.1272	120.3331	138	156	174	72	90
φ_9	180.9825	197.1552	212.4597	227.2120	180.9992	198	216	234	192	210
φ_{10}	246.1754	261.6173	275.8436	289.2967	241.6653	258	276	294	252	270
φ_{11}	311.3684	326.0794	339.2275	351.3815	302.3314	318	336	354	312	330
$d^2_{\min}$	0.3426	0.4173	0.5392	0.7031	0.9011	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
γ dB	0.33	1.19	2.30	3.45	4.53	4.98	4.98	4.98	4.98	4.98

ცხრილი 2.13. 2FSK-12PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	60	60	60	60	60	60	60	60	60	60
φ_3	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
φ_4	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
φ_5	240	240	240	240	240	240	240	240	240	240
φ_6	300	300	300	300	300	300	300	300	300	300
φ_7	48	6	24	42	0	18	36	54	12	30
φ_8	108	66	84	102	60	78	96	114	72	90
φ_9	168	126	144	162	120	138	156	174	132	150
φ_{10}	228	186	204	222	180	198	216	234	192	210
φ_{11}	288	246	264	282	240	258	276	294	252	270
φ_{12}	348	306	324	342	300	318	336	354	312	330
$d^2_{\min}$	0.2963	0.3797	0.5132	0.6891	0.8973	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
γ dB	0.44	1.52	2.82	4.10	5.25	5.72	5.72	5.72	5.72	5.72

ცხრილი 2.14. 2FSK-13PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	55.1159	54.3857	53.3481	52.1384	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286

φ_3	110.2319	108.7714	106.6962	104.2768	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571
φ_4	165.3478	163.1572	160.0444	156.4151	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857
φ_5	220.4637	217.5429	213.3925	208.5535	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143
φ_6	275.5797	271.9286	266.7406	260.6919	257.1428	257.1428	257.1428	257.1428	257.1428	257.1428
φ_7	330.6956	326.3143	320.0887	312.8303	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714
φ_8	45.5580	63.1929	80.6741	98.0692	12.8571	30.8571	48.8571	15.4285	33.4285	0
φ_9	100.6739	117.5786	134.0222	150.2076	115.7143	133.7143	151.7143	66.8571	84.8571	51.4285
φ_{10}	155.7898	171.9643	187.3703	202.3460	167.1429	185.1429	203.1428	169.7143	187.7143	102.8571
φ_{11}	210.9058	226.3500	240.7184	254.4843	218.5714	236.5714	254.5714	221.1429	239.1429	205.7143
φ_{12}	266.0217	280.7357	294.0665	306.6227	270.0000	288.0000	306.0000	272.5714	290.5714	257.1429

φ_{13}	321.1376	335.1214	347.4146	358.7611	321.4285	339.4285	357.4285	324.0000	342.0000	308.5714
$d^2_{\min}$	0.2559	0.3358	0.4659	0.6403	0.7530	0.7530	0.7530	0.7530	0.7530	0.7530
γ dB	0.48	1.66	3.08	4.46	5.17	5.17	5.17	5.17	5.17	5.17

ცხრილი 2.15. 2FSK-14PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286	51.4286
φ_3	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571	102.8571
φ_4	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857	154.2857
φ_5	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143	205.7143
φ_6	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429	257.1429
φ_7	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714	308.5714

φ_8	43.7143	10.2857	28.2857	46.2857	12.8571	30.8571	48.8571	15.4286	33.4286	0
φ_9	95.1429	61.7143	79.7143	97.7143	64.2857	82.2857	100.2857	66.8571	84.8571	51.4286
φ_{10}	146.5714	113.1429	131.1429	149.1429	115.7143	133.7143	151.7143	118.2857	136.2857	102.8571
φ_{11}	198.0000	164.5714	182.5714	200.5714	167.1429	185.1429	203.1429	169.7143	187.7143	154.2857
φ_{12}	249.4286	216.0000	234.0000	252.0000	218.5714	236.5714	254.5714	221.1429	239.1429	205.7143
φ_{13}	300.8571	267.4286	285.4286	303.4286	270.0000	288.0000	306.0000	272.5714	290.5714	257.1429
φ_{14}	352.2857	318.8571	336.8571	354.8571	321.4286	339.4286	357.4286	324.0000	342.0000	308.5714
$d^2_{\min}$	0.2276	0.3143	0.4532	0.6362	0.7530	0.7530	0.7530	0.7530	0.7530	0.7530
γ dB	0.60	2.01	3.59	5.07	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80	5.80

ცხრილი 2.16. 2FSK-15PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

φ_2	47.7282	47.0111	46.0275	45	45	45	45	45	45	45
φ_3	95.4564	94.0221	92.0550	90	90	90	90	90	90	90
φ_4	143.1846	141.0332	138.0825	135	135	135	135	135	135	135
φ_5	190.9128	188.0443	184.1100	180	180	180	180	180	180	180
φ_6	238.6410	235.0554	230.1375	225	225	225	225	225	225	225
φ_7	286.3692	282.0664	276.1650	270	270	270	270	270	270	270
φ_8	334.0974	329.0775	322.1925	315	315	315	315	315	315	315
φ_9	41.8641	59.5055	77.0138	4.5	22.5	40.5	13.5	31.5	4.5	22.5
φ_{10}	89.5923	106.5166	123.0412	94.5	112.5	130.5	58.5	76.5	49.5	67.5
φ_{11}	137.3205	153.5277	169.0687	139.5	157.5	175.5	148.5	166.5	94.5	112.5

φ_{12}	185.0487	200.5387	215.0963	184.5	202.5	220.5	193.5	211.5	184.5	202.5
φ_{13}	232.7769	247.5498	261.1237	229.5	247.5	265.5	238.5	256.5	229.5	247.5
φ_{14}	280.5051	294.5609	307.1513	274.5	292.5	310.5	283.5	301.5	274.5	292.5
φ_{15}	328.2333	341.5720	353.1787	319.5	337.5	355.5	328.5	346.5	319.5	337.5
$d^2_{\min}$	0.2009	0.2843	0.4198	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858
γ dB	0.65	2.16	3.85	5.30	5.30	5.30	5.30	5.30	5.30	5.30

ცხრილი 2.17. 2FSK-16PSK კონსტელაციები

h	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
φ_1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
φ_2	45	45	45	45	45	45	45	45	45	45
φ_3	90	90	90	90	90	90	90	90	90	90
φ_4	135	135	135	135	135	135	135	135	135	135
φ_5	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180
φ_6	225	225	225	225	225	225	225	225	225	225
φ_7	270	270	270	270	270	270	270	270	270	270
φ_8	315	315	315	315	315	315	315	315	315	315

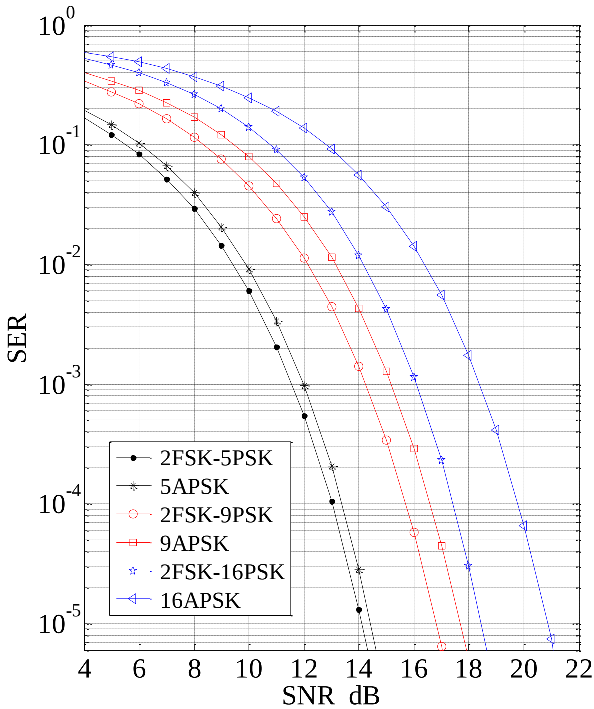
φ_9	40.5	13.5	31.5	4.5	22.5	40.5	13.5	31.5	4.5	22.5
φ_{10}	85.5	58.5	76.5	49.5	67.5	85.5	58.5	76.5	49.5	67.5
φ_{11}	130.5	103.5	121.5	94.5	112.5	130.5	103.5	121.5	94.5	112.5
φ_{12}	175.5	148.5	166.5	139.5	157.5	175.5	148.5	166.5	139.5	157.5
φ_{13}	220.5	193.5	211.5	184.5	202.5	220.5	193.5	211.5	184.5	202.5
φ_{14}	265.5	238.5	256.5	229.5	247.5	265.5	238.5	256.5	229.5	247.5
φ_{15}	310.5	283.5	301.5	274.5	292.5	310.5	283.5	301.5	274.5	292.5
φ_{16}	355.5	328.5	346.5	319.5	337.5	355.5	328.5	346.5	319.5	337.5
$d^2_{\min}$	0.1825	0.2714	0.4139	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858	0.5858
γ dB	0.79	2.51	4.35	5.85	5.85	5.85	5.85	5.85	5.85	5.85

ცხრილებში 2FSK-MPSK სისტემის ენერგეტიკული ეფექტურობა შეფასებულია ასიმპტოტური ენერგეტიკული მოგებით, ჩვეულებრივ 2D MPSK სიგნალთან შედარებით:

$$\gamma = 10 \cdot \lg\left(d^2_{\min} \big/ d^2_{\min(\mathrm{MPSK})}\right),\ \mathrm{dB}\,, \tag{2.55}$$

სადაც $d^2_{\min(\mathrm{MPSK})}$ 2D MPSK სიგნალის მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობაა.

ჩვენს მიერ, ასევე, ჩატარებული იქნა კომპიუტერული მოდელირება ისეთი პროცესისა, რომლის დროსაც არხში მოქმედებდა მხოლოდ ადიტიური თეთრი გაუსის ხმაური. აქაც, გადაიცემოდა 50 000 000 M -ობითი საინფორმაციო სიმბოლო და მიმღებ მხარეს გამოიყენებოდა ოპტიმალური ML დეტექტორი. შედეგები მოყვანილია **ნახ. 2.9**-ზე, საიდანაც გვაქვს: 2FSK-MPSK სიგნალთა სისტემის ენერგეტიკულმა მოგებამ $\mathrm{SER}=10^{-5}$ დროს, საუკეთესო MAPSK სიგნალებთან შედარებით შეადგინა: როცა $M=5-0.32\ \mathrm{dB}$, $M=9-0.88\ \mathrm{dB}$, $M=16-2.43\ \mathrm{dB}$.



ნახ. 2.9. ზოგიერთი 2FSK-MPSK და MAPSK სიგნალის SER მახასიათებელი გაუსის არხისთვის, როცა $h=0.4$

2.5. ოთხგანზომილებიანი 2FSK-MAPSK მოდულირებული სიგნალები

შემდგომში ჩვენ წარმოვადგენთ 2FSK-MAPSK სიგნალთა ოპტიმიზირებულ 4D კონსტელაციების აგების მარტივ, რეგულარულ (არა გადარჩევით და არაევრისტიულ) მეთოდს, რომლის გამოყენებითაც შეიძლება აგებული იქნას ნებისმიერი მოდულაციის ინდექსის (h) მქონე და ნებისმიერი M-ის 2FSK-MAPSK სიგნალი. ტრადიციულად, პირველ ეტაპზე, მათი ენერგეტიკული ეფექტურობა შეფასებული იქნება ევკლიდური მანძილის კვადრატის მინიმალური მნიშვნელობით $\left(d_{\min}^2\right)$, ხოლო საბოლოოდ, ის შეიძლება განისაზღვროს SER-ით. რაც შეეხება სიგნალთა სპექტრულ ეფექტურობას $\left(S_E\right)$, ის ჩვენს მიერ შეფასებული იქნება როგორც $S_E=\log_2(M)$ და ეს საკმარისად კორექტულია, გამომდინარე იქიდან, რომ ყველა ზემოთ ჩამოთვლილ სიგნალთა სისტემებს აქვთ პრაქტიკულად ერთნაირი სიხშირული ზოლი [8, 12].

გამოვიყენებთ რა, შემოთავაზებულ მეთოდს, $h \leq 0.5$ და $M \leq 16$ შემთხვევებისათვის, ჩვენ ავაგებთ მრავალ ახალ სასიგნალო 2FSK-MAPSK კონსტელაციას (ე.ი. განვსაზღვრავთ მათი სიგნალების ფაზების მნიშვნელობებსა და ენერგიებს) და მათგან საუკეთესოების პარამეტრებს წარმოვადგენთ ცხრილის სახით. უპირატესობების საჩვენებლად, სხვა ცნობილი ანალოგიური სისტემების მიმართ, შედარებებს განვახორციელებთ ანალიზურად $d_{\min}^2$-ის და მოდელირებით SER-ის მიხედვით.

აქვე შევნიშნავთ, რომ აგებული სიგნალები შეიძლება გამოყენებული იქნას [22]-ში აღწერილი მსგავსი ტიპის კონსტრუქციებშიც.

2FSK-MAPSK სიგნალის ანუ 2FSK-MAPSK სასიგნალო C კონსტელაციის შემთხვევაში, ორ სხვადასხვა $\omega_\varepsilon+\pi h/T_s$ და $\omega_\varepsilon-\pi h/T_s$

რად/წმ სიხშირეზე გადაიცემა, შესაბამისად, $M1$-ობითი და $M2$-ობითი PSK სიგნალი (ე. ი. $M1$PSK და $M2$PSK) ანუ გვაქვს ორი $C1$ და $C2$ ქვეკონსტელაცია და $C = C1 \cup C2$. ამასთან, ჩვენი M-ობითი $(M = M1 + M2)$ სიგნალის კონფიგურაცია ისეთია, რომ $M1 = M2$, როცა M ლუწია, ხოლო $M2 = M1 - 1$ კენტი M-ის შემთხვევაში, თანაც $C1$ ქვეკონსტელაციაში შემავალი თითოეული სიგნალის ენერგიაა E_H, ხოლო $C2$-ში შემავალი სიგნალებისათვის E_L. ძნელი არ არის ვაჩვენოთ, რომ 1-ის ტოლი სიგნალის საშუალო ენერგიის შემთხვევაში

$$\begin{cases} E_L = 2/(1+k), \quad E_H = 2k/(1+k), \quad M \text{ ლუწია}, \\ E_L = 2\Big/\left(\dfrac{M+1}{M}\cdot k + \dfrac{M-1}{M}\right), \\ E_H = 2k\Big/\left(\dfrac{M+1}{M}\cdot k + \dfrac{M-1}{M}\right), \qquad M \text{ კენტია}, \end{cases} \tag{2.56}$$

საიდანაც ცხადია, რომ M-ობით სიგნალთა ენერგიების მნიშვნელობების განსაზღვრისათვის, მათი ოპტიმიზაციის პროცესში, საკმარისია ვიცოდეთ k.

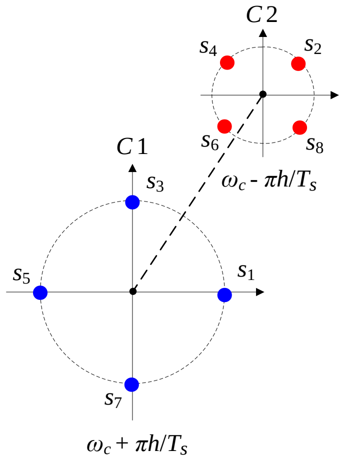
მაგალითისათვის, **ნახ. 2.10-**ზე ნაჩვენებია 2FSK-8APSK კონსტელაცია, სადაც $C1$ ქვეკონსტელაციაში შემავალი სასიგნალო ვექტორის ნორმაა $\sqrt{E_H}$, ხოლო $C2$-თვის $\sqrt{E_L}$.

ანალიზურად 2FSK-MAPSK სიგნალი, ისევე როგორც 2FSK-MPSK შეიძლება წარმოვადგინოთ შემდეგი გამოსახულებით:

$$s_\tau(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T_s}}\cos\left[\left(\omega_\varepsilon \pm \frac{\pi h}{T_s}\right)t + \varphi_\tau\right], \quad 0 \le t \le T_s, \tag{2.57}$$

სადაც E_s სიგნალის ენერგიაა და $E_s \in \{E_H, E_L\}$; φ_τ არის $s_\tau(t)$ სიგნალის საწყისი ფაზა $(\tau \in \{1, 2, \ldots, M\})$. აუცილებელია აღვნიშნოთ, რომ მომავალში, ჩვენს მიერ ყოველთვის დაცული იქნება პირობა:

$E_s = E_H$, როცა τ კენტია, წინააღმდეგ შემთხვევაში $E_s = E_L$. ყოველთვის $E_H > E_L$ და $E_H = k \cdot E_L$, ე.ი. $k > 1$.



ნახ. 2.10. 4D 2FSK-8APSK კონსტელაციის ინტერპრეტაცია

თუ გამოვიყენებთ 2FSK-MPSK სიგნალებისთვის ევკლიდეს სივრცეში აგებულ (2.41) ორთონორმირებულ ბაზისს, 2FSK-MAPSK სიგნალების კოორდინატებისათვის გვექნება:

$$s_\tau = \begin{cases} \sqrt{E_H}\,(\cos\varphi_\tau, \sin\varphi_\tau, 0, 0), \quad C1\text{-თვის}, \\ \sqrt{E_L}\,(K_1\cos\varphi_\tau + K_2\sin\varphi_\tau, \\ \qquad K_1\sin\varphi_\tau - K_2\cos\varphi_\tau, \sqrt{D}\cos\varphi_\tau, \sqrt{D}\sin\varphi_\tau), \quad C2\text{-თვის}, \end{cases} \tag{2.58}$$

სადაც $K_1 = \dfrac{\sin 2\pi h}{2\pi h}$, $K_2 = \dfrac{1-\cos 2\pi h}{2\pi h}$, $D = 1 - K_1^2 - K_2^2$.

ცხადია, რომ (2.58)-ში $C1$ ქვეკონსტელაციისთვის τ კენტია, ხოლო $C2$-თვის ლუწი.

თუ აქაც ვისარგებლებთ s_i და s_j სიგნალებს შორის ევკლიდური მანძილის კვადრატის გამოსათვლელი ზოგადი გამოსახულებით [2, 6, 7]

$$d^2\left(s_i, s_j\right) = \int_0^{T_s} \left[s_i\left(t\right) - s_j\left(t\right)\right]^2 dt, \tag{2.59}$$

(2.57)-ის გათვალისწინებით, ერთი და იგივე $C1$ ან $C2$ ქვეკონსტელა-ციის სიგნალებს შორის, ევკლიდური მანძილის კვადრატისათვის, შე-საბამისად, გვექნება:

$$\begin{cases} d^2\left(C1\right) = 2E_H\left[1 - \cos\left(\Delta\varphi\left(C1\right)\right)\right], \\ d^2\left(C2\right) = 2E_L\left[1 - \cos\left(\Delta\varphi\left(C2\right)\right)\right], \end{cases} \tag{2.60}$$

სადაც $\Delta\varphi\left(C1\right)$ და $\Delta\varphi\left(C2\right)$ არის ფაზათა სხვაობა თითოეული ქვეკონ-სტელაციის სიგნალებს შორის. ევკლიდური მანძილის კვადრატი $C1$ ქვეკონსტელაციის i-ურ s_i $\left(i \in \{1, 3, \ldots\}\right)$ სიგნალს და ქვეკონსტელაციის j-ურ s_j $\left(j \in \{2, 4, \ldots\}\right)$ სიგნალს შორის შეიძლება გამოთვლილი იქნას შემდეგი გამოსახულებიდან:

$$d^2\left(s_i, s_j\right) = E_H + E_L - 2\sin c\left(\pi h\right) \cdot \sqrt{E_H E_L} \cdot \cos\left(\varphi_i - \left(\varphi_j - \pi h\right)\right), \tag{2.61}$$

სადაც $\sin c\left(\pi h\right) = \sin\left(\pi h\right) / \left(\pi h\right)$, φ_i არის s_i სიგნალის საწყისი ფაზა, ხოლო φ_j არის s_j სიგნალის საწყისი ფაზა. (2.61) გამოსახულება შეიძლება გადაიწეროს ასე:

$$d^2\left(s_i, s_j\right) = E_H + E_L - 2\sin c\left(\pi h\right) \cdot \sqrt{E_H E_L} \cdot \cos\left(\varphi_i - \varphi_j^s\right), \tag{2.62}$$

რომელშიც $\varphi_j^s = \varphi_j - \pi h$.

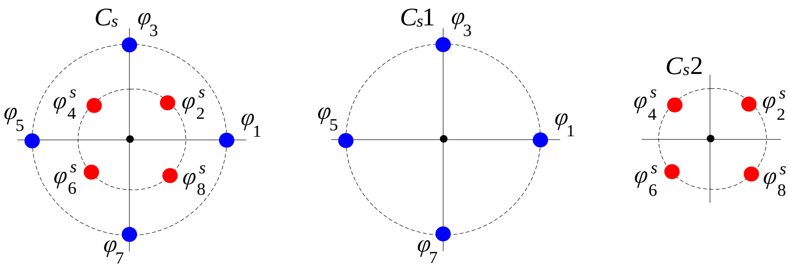
აღვწეროთ ოპტიმალური 2FSK-MAPSK-ის აგების მეთოდი **ლუწი** M**-თვის:**

დავუშვათ გვაქვს $s_1, s_2, \ldots, s_M$ სიგნალთა ლუწი M ზომის C_s საბაზო კონსტელაცია, შესაბამისად, საწყისი ფაზების $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_M$ მნიშვნელობებით, ამასთან, ყოველი $m \in \{1, 2, \ldots, (M-1)\}$, $\varphi_{m+1} > \varphi_m$ და

$$\varphi_{M+2} > \varphi_m = \phi_e = 2\pi/M \,. \tag{2.63}$$

გამოვყოთ C_s კონსტელაციიდან ორი C_s1 და C_s2 ქვეკონსტელაცია ისე, რომ $\{s_i\}_{i=1,3,\ldots} \in C_s1$ და $\{s_j\}_{j=2,4,\ldots} \in C_s2$. ამ დროს, სიგნალთა ფაზების შესაბამისი მნიშვნელობებია $\{\varphi_i\}_{i=1,3,\ldots}$ და $\{\varphi_j\}_{j=2,4,\ldots}$. მომავლისთვის $\{\varphi_j\}$ შევცვალოთ $\{\varphi_j^s\}$-ით. მაგალითისათვის, როცა $M=8$, C_s საბაზო კონსტალაციისა და C_s1, C_s2 ქვეკონსტელაციათა ფაზურ დიაგრამებს ექნებათ **ნახ. 2.11**-ზე მოყვანილი სახე.

ვთქვათ, C_s1 ქვეკონსტელაციის სიგნალთა ენერგიაა E_H, ხოლო C_s2-ში შემავალი სიგნალებისა E_L. როგორც ზემოთ აღვნიშნავდით, აქაც $E_H > E_L$ და $E_H = k \cdot E_L$, ე.ი. $k > 1$.



ნახ. 2.11. საბაზო კონსტელაციისა და მისი ორი ქვეკონსტელაციის მაგალითი, როცა $M=8$

ევკლიდური მანძილის კვადრატის მინიმალური მნიშვნელობები ერთი და იგივე C_s1 და C_s2 ქვეკონსტელაციის სიგნალებს შორის, (2.60)-ის გათვალისწინებით, განვსაზღვროთ ასე:

$$d_{\min}^2(C_s1) = 2E_H\left(1-\cos(4\pi/M)\right), \tag{2.64}$$

$$d_{\min}^2(C_s2) = 2E_L\left(1-\cos(4\pi/M)\right), \tag{2.65}$$

ხოლო სხვადასხვა C_s1 და C_s2 ქვეკონსტელაციის სიგნალებს შორის განვსაზღვროთ (2.62) გამოსახულების შესაბამისად შემდეგნაირად:

$$d_{\min}^2(C_s1, C_s2) = E_H + E_L - 2\sin c(\pi h)\cdot\sqrt{E_H E_L}\cdot\cos(2\pi/M), \tag{2.66}$$

რომლის მარტივი გარდაქმნით მივიღებთ:

$$d_{\min}^2(C_s1, C_s2) = E_L\left(k - 2\sin c(\pi h)\cdot\sqrt{k}\cdot\cos(2\pi/M)+1\right). \tag{2.67}$$

(2.64)-ის, (2.65)-ისა და (2.67)-ის მიხედვით და იმის გათვალისწინებით, რომ $d_{\min}^2(C_s1) > d_{\min}^2(C_s2)$, C_s კონსტელაციისთვის ევკლიდური მანძილის კვადრატის მინიმალური მნიშვნელობა იქნება:

$$d_{\min}^2(C_s) = \min\left[d_{\min}^2(C_s2), d_{\min}^2(C_s1, C_s2)\right]. \tag{2.68}$$

ძნელი არ არის დავინახოთ, რომ (2.68)-ში $d_{\min}^2(C_s2)$ არის k-ს მიმართ მონოტონურად კლებადი ფუნქცია მოცემული M-თვის, ხოლო $d_{\min}^2(C_s1, C_s2)$ არის k-ს მიმართ მონოტონურად ზრდადი ფუნქცია მოცემული M-სა და h-თვის. ცხადია, ამ ფუნქციათა კვეთის წერტილი განსაზღვრავს k-ს ოპტიმალურ მნიშვნელობას. უდავოა, რომ ეს წერტილი იარსებებს თუ შესრულდება პირობა:

$$\left[d_{\min}^2(C_s2) \geq d_{\min}^2(C_s1, C_s2)\right]_{k=1}. \tag{2.69}$$

თუ (2.65)-ს გავუტოლებთ (2.67)-ს მივიღებთ განტოლებას

$$k-2\sin c(\pi h)\cdot\cos(2\pi/M)\cdot\sqrt{k}+2\cos(4\pi/M)-1=0\,, \qquad (2.70)$$

რომლის ჩვენთვის საინტერესო ამონახსენს $(k\geq 1)$ ექნება სახე:

$$k=\left[\sin c(\pi h)\cdot\cos(2\pi/M)\pm\sqrt{\left(\sin c(\pi h)\cdot\cos(2\pi/M)\right)^2-\left(2\cos(4\pi/M)-1\right)}\right]^2. \qquad (2.71)$$

ცხადია, რომ ϕ_e-ს მნიშვნელობა გამოთვლილი (2.63)-დან და k-ს მნიშვნელობა გამოთვლილი (2.71)-დან, სრულად განსაზღვრავენ ოპტიმალურ ($\max d^2_{\min}(C_s)$-ის მიხედვით) C_s საბაზო კონსტელაციას და, ამ დროს,

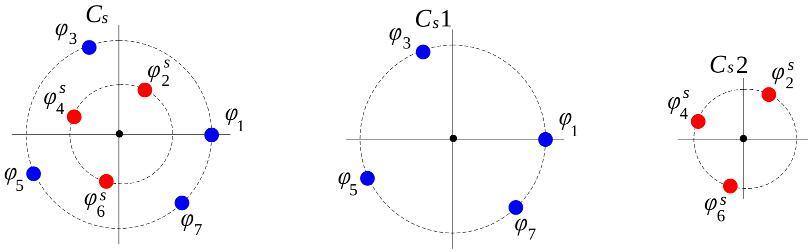
$$d^2_{\min}(C_s)=d^2_{\min}(C_s2)\,. \qquad (2.72)$$

თუ გავითვალისწინებთ (2.61) და (2.62) ფორმულებს, ჩვენთვის საინტერესო ოპტიმიზირებული 2FSK-MAPSK C $(C=C1\cup C2)$ კონსტელაციის მიღების პროცედურა შემდეგი იქნება: $C1$ ქვეკონსტელაცია თანხვედრილი უნდა იყოს C_s1-ის, ხოლო $C2$ ქვეკონსტელაცია მიიღება C_s2-გან, მისი სიგნალების ფაზების მნიშვნელობებისათვის πh სიდიდის დამატებით 2π-ის მოდულით. ცხადია, რომ C კონსტელაციისთვის $d^2_{\min}(C)=2E_L\left(1-\cos(4\pi/M)\right)$.

განვიხილოთ **კენტი** M**-ის** ვარიანტი: ისე, როგორც წინა შემთხვევაში, გვაქვს $s_1,s_2,\ldots,s_M$ სიგნალთა M ზომის (ოღონდ აქ M კენტია) C_s საბაზო კონსტელაცია, შესაბამისად, საწყისი ფაზების $\varphi_1,\varphi_2,\ldots,\varphi_M$ მნიშვნელობებით, ამასთან, ყველა $m\in\{1,2,\ldots(M-1)\}$, $\varphi_{m+1}>\varphi_m$ და

$$\varphi_{m+1}-\varphi_m=\phi_0=\varphi_M/(M-1)\,. \qquad (2.73)$$

ანალოგიურად, **ნახ. 2.11**-სა, თუ $M=7$, გვექნება **ნახ. 2.12**-ზე მოყვანილი კონსტელაცია.



ნახ. 2.12. საბაზო კონსტელაციისა და მისი ორი ქვეკონსტელაციის მაგალითი, როცა $M = 7$

მსგავსად ლუწი M-ის შემთხვევისა, კენტი M-ის დროს C_s საბაზო კონსტელაციის ევკლიდური მანძილის კვადრატის მინიმალური მნიშვნელობა ტოლია:

$$d_{\min}^2\left(C_s\right) = \min\left[d_{\min}^2\left(C_s 2\right), d_{\min}^2\left(C_s 1, C_s 2\right), d^2\left(s_1, s_M\right)\right], \tag{2.74}$$

რომელშიც

$$d_{\min}^2\left(C_s 2\right) = 2E_L\left(1 - \cos\left(2\phi_0\right)\right), \tag{2.75}$$

$$d_{\min}^2\left(C_s 1, C_s 2\right) = E_L\left(k - 2\sin c\left(\pi h\right)\cdot\sqrt{k}\cdot\cos\left(\phi_0\right) + 1\right), \tag{2.76}$$

$$d^2\left(s_1, s_M\right) = 2E_H\left(1 - \cos\left(\left(M-1\right)\phi_0\right)\right). \tag{2.77}$$

ლუწი M-ის შემთხვევის მსგავსად, ძნელი არ არის ვაჩვენოთ, რომ ოპტიმალური საბაზო კონსტელაციის C_s-ის არსებობის პირობაა:

$$d_{\min}^2\left(C_s 2\right) = d_{\min}^2\left(C_s 1, C_s 2\right), \tag{2.78}$$

თუმცა, ეს არის აუცილებელი, მაგრამ არასაკმარისი პირობა, რადგან არსებობს იმის შესაძლებლობა, რომ საბაზო კონსტელაციის პირველ და ბოლო სიგნალს შორის ევკლიდური მანძილის კვადრატი ნაკლები იქნება (2.78)-ში შემავალ ორივე სიდიდეზე, ანუ $d^2\left(s_1, s_M\right) < d_{\min}^2\left(C_s 2\right)$

და $d^2\left(s_1,s_M\right)<d_{\min}^2\left(C_s1,C_s2\right)$. აქედან გამომდინარე, C_s-ის ოპტიმალურობის აუცილებელი და საკმარისი პირობა იქნება:

$$d_{\min}^2\left(C_s2\right)=d_{\min}^2\left(C_s1,C_s2\right)=d^2\left(s_1,s_M\right). \tag{2.79}$$

თუ (2.75)-ს გავუტოლებთ (2.77)-ს მივიღებთ:

$$k=\frac{\left(\sin\left(\phi_0\right)\right)^2}{\left(\sin\left(\left(M-1\right)\phi_0/2\right)\right)^2}; \tag{2.80}$$

აქ ϕ_0 გამოითვლება (2.73)-ის მიხედვით, სადაც φ_M განისაზღვრება განტოლებიდან, რომელიც მიიღება (2.75)-ის (2.76)-თან გატოლების საფუძველზე:

$$\left(\sin\left(\varphi_M/\left(M-1\right)\right)\right)^2-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\sin\left(2\varphi_M/\left(M-1\right)\right)\cdot\sin\left(\varphi_M/2\right)$$

$$+\left(\sin\left(\varphi_M/2\right)\right)^2\cdot\left(1-4\left(\sin\left(\varphi_M/\left(M-1\right)\right)\right)^2\right)=0. \tag{2.81}$$

იმ გარემოების გათვალისწინებით, რომ (2.81) განტოლებას შეიძლება ჰქონდეს მრავალი ამონახსნი, ჩვენ ამ$\left\{\varphi_{Mi}\right\}_{i>1}$ ნამდვილი ამონახსნებიდან ავირჩევთ $\max\left[\varphi_M<2\pi\right]$, რაც, თავის მხრივ, უზრუნველყოფს (2.79)-ში შემავალი სიდიდეების მაქსიმიზაციას.

საბოლოოდ, მოცემული k-ს და ϕ_0-ის მიხედვით ვაგებთ C_s საბაზო კონსტელაციას, საიდანაც ოპტიმიზირებული 2FSK-MAPSK სასიგნალო C კონსტელაცია შეგვიძლია მივიღოთ ლუწი M-ის შემთხვევის ანალოგიური პროცედურით, ანუ C_s2 ქვეკონსტელაციის სიგნალების ფაზების მნიშვნელობებისათვის πh სიდიდის დამატებით 2π-ის მოდულით.

ზემოთ მოყვანილიდან, მოცემულ შემთხვევაში $d_{\min}^2(C) = 2E_L\left(1-\cos\left(2\phi_0\right)\right)$.

გვინდა შევნიშნოთ, რომ ყოველგვარი ზოგადობის დაურღვევლად შეგვიძლია დაუშვათ $\varphi_1 = 0$, M-ის როგორც ლუწი, ასევე კენტი მნიშვნელობებისათვის. როგორც (2.73)-დან ჩანს, ლუწი M-თვის ϕ_0 ინვარიანტულია h-ის ცვლილების მიმართ.

MPSK და MAPSK მოდულაციების შედარების ანალოგიით, ჩვენ ვივარაუდეთ, რომ გარკვეული h-ის და M-ის შემთხვევაში, 2FSK-MAPSK-ს ექნებოდა უკეთესი დისტანციური მახასიათებლები და, შესაბამისად, უკეთესი $d_{\min}^2$ ვიდრე 2FSK-MPSK-ს, რაც განაპირობებს იმას, რომ 2FSK-MAPSK უზრუნველყოფს უკეთეს SER-ს (BER-ს) ვიდრე 2FSK-MPSK. ამის შემდეგ, ბუნებრივად ჩნდება კითხვა, თუ M-ის და h-ის რომელი მნიშვნელობებისთვის შეიძლება ჰქონდეს ამ შემთხვევას ადგილი. ვაჩვენოთ ამ საკითხის გადაწყვეტის პრინციპი ლუწი M-ის შემთხვევისათვის:

ცნობილია [12], რომ 2FSK-MPSK სიგნალისათვის მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობა

$$d_{\min(\text{2FSK-MPSK})}^2 = 2\left(1-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(2\pi/M\right)\right); \tag{2.82}$$

თუ 2FSK-MAPSK სიგნალისათვის სრულდება (2.82) პირობა და, შესაბამისად, მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობაა $d_{\min(\text{2FSK-MAPSK})}^2 = 2E_L\left(1-\cos\left(4\pi/M\right)\right)$, ჩვენთვის საინტერესო შემთხვევისთვის

$$2E_L\left(1-\cos\left(4\pi/M\right)\right) > 2\left(1-\sin c\left(\pi h\right)\cdot\cos\left(2\pi/M\right)\right), \tag{2.83}$$

საიდანაც

$$\sin c(\pi h) > \frac{\cos(4\pi/M)}{\cos(2\pi/M)}, \tag{2.84}$$

რომელიც წარმოადგენს პირობას, რომლის დროსაც მოცემული h-სა და M-ის შემთხვევაში $d^2_{\min(\text{2FSK-MAPSK})} > d^2_{\min(\text{2FSK-MPSK})}$.

ცხადია, ანალოგიური მიდგომით, იგივე შეიძლება გავაკეთოთ კენტი M-ის შემთხვევისთვისაც.

ცხრილ 2.18-ში, მოყვანილია ზოგიერთი 2FSK-MAPSK სისტემის პარამეტრები, რომლებიც ჩვენ განვსაზღვრეთ და შევარჩიეთ ზემოთ აღწერილი მეთოდებისა და პროცესების გამოყენებით. აქ ϕ_0-ისა და ϕ_e-ს მნიშვნელობები მოცემულია გრადუსებში. ყველა სიგნალი $d^2_{\min}$-ის მიხედვით უკეთესია, ვიდრე [12, 16-20]-ში წარმოდგენილი 2FSK-MPSK სისტემა, განსაკუთრებით მცირე h-ის $(h \le 0.5)$ და მაღალი M-ის შემთხვევაში, რაც უდაოდ მნიშვნელოვანია, რადგან სწორედ ამ დროს მიიღწევა ვიწრო სიხშირული ზოლი და უკეთესი სპექტრული ეფექტურობა, რომელიც ჩვენს ვარიანტებში შეადგენს $S_E = 2.3 - 4$.

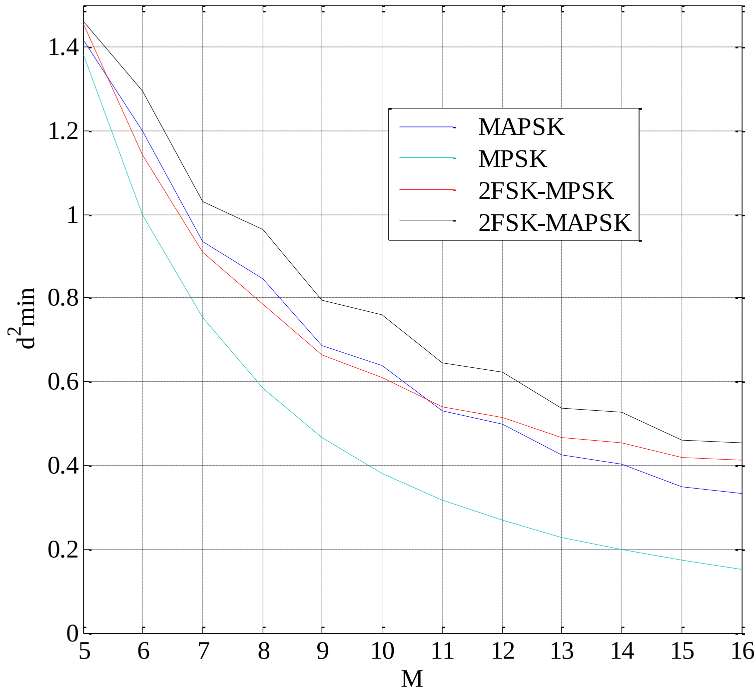
ცხრილი 2.18. ზოგიერთი 2FSK-MAPSK სისტემის პარამეტრები

h	ϕ_0 $M=5$ $d^2_{\min}$		ϕ_e $M=6$ $d^2_{\min}$		ϕ_0 $M=7$ $d^2_{\min}$		ϕ_e $M=8$ $d^2_{\min}$	
0.10	74.9636	1.4193	60.00	1.2105	52.1130	0.9443	45.00	0.8580
0.15	74.9182	1.4258	60.00	1.2237	52.0424	0.9574	45.00	0.8740
0.20	74.8548	1.4348	60.00	1.2420	51.9429	0.9757	45.00	0.8966
0.25	74.7736	1.4465	60.00	1.2654	51.8138	1.0000	45.00	0.9259
0.30	74.6749	1.4606	60.00	1.2939	51.6541	1.0290	45.00	0.9623
0.35	-	-	60.00	1.3273	51.4629	1.0642	45.00	1.0057
0.40	-	-	60.00	1.3654	51.2389	1.1053	45.00	1.0563

0.45	-	-	60.00	1.4079	50.9805	1.1523	45.00	1.1142
0.50	-	-	60.00	1.4544	50.6861	1.2053	45.00	1.1790
h	ϕ_0 $M=9$ $d_{\min}^2$		ϕ_e $M=10$ $d_{\min}^2$		ϕ_0 $M=11$ $d_{\min}^2$		ϕ_e $M=12$ $d_{\min}^2$	
0.10	39.9448	0.6983	36.00	0.6500	32.4241	0.5429	30.00	0.5125
0.15	39.8747	0.7129	36.00	0.6664	32.3581	0.5577	30.00	0.5285
0.20	39.7747	0.7338	36.00	0.6899	32.2625	0.5790	30.00	0.5517
0.25	39.6427	0.7613	36.00	0.7208	32.1336	0.6075	30.00	0.5828
0.30	39.4759	0.7959	36.00	0.7598	31.9659	0.6442	30.00	0.6230
0.35	39.2704	0.8381	36.00	0.8075	31.7511	0.6902	30.00	0.6734
0.40	39.0210	0.8886	36.00	0.8645	31.4762	0.7470	30.00	0.7357
0.45	38.7207	0.9480	36.00	0.9314	31.1193	0.8168	30.00	0.8116
0.50	38.3597	1.0172	36.00	1.0083	30.6379	0.9026	30.00	0.9026
h	ϕ_0 $M=13$ $d_{\min}^2$		ϕ_e $M=14$ $d_{\min}^2$		ϕ_0 $M=15$ $d_{\min}^2$		ϕ_e $M=16$ $d_{\min}^2$	
0.10	27.3130	0.4360	25.71	0.4155	23.6099	0.3585	22.50	0.3442
0.15	27.2512	0.4503	25.71	0.4309	23.5518	0.3723	22.50	0.3589
0.20	27.1601	0.4714	25.71	0.4535	23.4643	0.3929	22.50	0.3808
0.25	27.0339	0.5001	25.71	0.4844	23.3389	0.4217	22.50	0.4116
0.30	26.8633	0.5381	25.71	0.5255	23.1595	0.4612	22.50	0.4543
0.35	26.6314	0.5875	25.71	0.5793	22.8891	0.5166	22.50	0.5140
0.40	26.3047	0.6524	25.71	0.6493	-	-	-	-

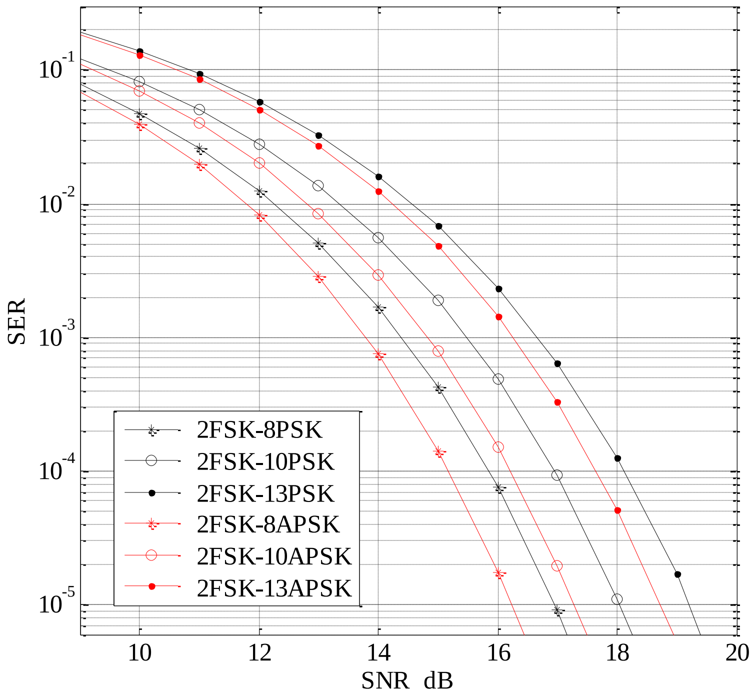
რა თქმა უნდა, მოყვანილი სისტემები, დისტანციური მახასიათებლებით, ასევე უკეთესია ოპტიმალური კონფიგურაციის MAPSK სიგნალებთან [8, 11] და მით უმეტეს MPSK სიგნალებთან [2] შედარებითაც.

გამოთქმულის საილუსტრაციოდ, მაგალითისათვის, **ნახ. 2.13**-ზე მოყვანილია სხვადასხვა კონსტელაციათა $d_{\min}^2$ -ის M -ზე დამოკიდებულების მრუდები. აქ 4D სიგნალებისათვის $h = 0.3$.



ნახ. 2.13. მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის დამოკიდებულება კონსტელაციის ზომაზე სხვადასხვა სიგნალებისათვის

ჩვენს მიერ აგებული ახალი 2FSK-MAPSK სიგნალების ეფექტურობის უფრო კონკრეტულად შესაფასებლად ჩატარებული იქნა მოდელირება 2FSK-MPSK და 2FSK-MAPSK -თვის გაუსის არხში. განხილული იყო 50 000 000 M -ობითი სიმბოლოს გადაცემის შემთხვევა. შედეგები მოყვანილია **ნახ. 2.14**-ზე; ყველა შემთხვევაში $h = 0.3$. სიგნალის მიღება ხორციელდებოდა ევკლიდეს სივრცეში ოპტიმალური ML დეტექტორით.



ნახ. 2.14. ზოგიერთი 4D სიგნალის SER მახასიათებლები გაუსის არხში

მოდელირების შედეგების მიხედვით, $M=8$ შემთხვევისათვის, 2FSK-8APSK-ს ენერგეტიკული მოგება, 2FSK-8PSK-თან შედარებით, შეადგენს დაახლოებით 0.73 dB-ს, როცა $\mathrm{SER}=10^{-5}$. იმავე პირობებში, როცა $M=10$, მოგება შეადგენს 0.76 dB-ს, ხოლო თუ $M=13$ მოგება ტოლია 0.48 dB-ის. ეს შედეგები კიდევ ერთხელ მიუთითებენ 2FSK-MAPSK სისტემების უპირატესობაზე 2FSK-MPSK-თან შედარებით. მოდელირებისას 2FSK-MPSK-ის კონსტელაციის სიგნალთა ენერგიები და ფაზათა მნიშვნელობები (გრადუსებში) ტოლი იყო:

$$E_s=1,\ \varphi=[0\quad 9\quad 90\quad 99\quad 180\quad 189\quad 270\quad 279],\ \text{როცა}\ M=8.$$

$E_s = 1$, $\varphi = [0 \quad 18 \quad 72 \quad 90 \quad 144 \quad 162 \quad 216 \quad 234 \quad 288 \quad 306]$, როცა $M = 10$.

$E_s = 1$, $\varphi = [0 \quad 80.6741 \quad 53.3481 \quad 134.0222 \quad 106.6992 \quad 187.3703 \quad 160.0444$ $240.7184 \quad 213.3925 \quad 294.0665 \quad 266.7406 \quad 347.4146 \quad 320.0887]$, როცა $M = 13$.

ხოლო 2FSK-MAPSK -თვის:

$E_s = 0.48$, $E_H = 1.52$, $\varphi = [0 \quad 9 \quad 90 \quad 99 \quad 180 \quad 189 \quad 270 \quad 279]$, როცა $M = 8$.

$E_s = 0.55$, $E_H = 1.45$, $\varphi = [0 \quad 18 \quad 72 \quad 90 \quad 144 \quad 162 \quad 216 \quad 234 \quad 288 \quad 306]$, როცა $M = 10$.

$E_s = 0.66$, $E_H = 1.29$, $\varphi = [0 \quad 80.8633 \quad 53.7265 \quad 134.5898 \quad 107.4530$ $188.3163 \quad 161.1795 \quad 242.0428 \quad 214.9060 \quad 295.7693 \quad 268.6325 \quad 349.4958 \quad 322.3590]$, როცა $M = 13$.

მეორე თავის ძირითადი შედეგები

მოცემულ თავში, მიღებული ახალი შედეგებიდან გამოვყოფთ შემდეგს:

- დამუშავებულია ოპტიმალური 2D MAPSK სიგნალების აგების რეგულარული მეთოდი, რომლის გამოყენებითაც აგებულია ახალი სიგნალები და მოყვანილია მათი პარამეტრები და მახასიათებლები.
- დამუშავებულია ოპტიმალური 4D 2FSK-MPSK სიგნალების აგების რეგულარული მეთოდი, რომლის გამოყენებითაც აგებულია ახალი სიგნალები და მოყვანილია მათი პარამეტრები და მახასიათებლები.
- დამუშავებულია ოპტიმალური 4D 2FSK-MAPSK სიგნალების აგების რეგულარული მეთოდი, რომლის გამოყენებითაც აგებუ-

ლია ახალი სიგნალები და მოყვანილია მათი პარამეტრები და მახასიათებლები.

ლიტერატურა

1. Sklar B., *Digital Communications*. 2th ed. New Jersey; Prentice Hall PTR, 2001.

2. Proakis J. G., Salehi M., *Digital Communications*. 5th ed. New York: McGraw, Inc., 2008.

3. Зюко А. Г., *Помехоустойчивость и эффективность систем связи*. "Связь", Москва, 1972.

4. Kotelnikov V. A., The Theory of Optimum Noise Immunity. Ph.D. Dissertation. *Molotov Energy Institute. Moskow,* 1947 (Translated by R. A. Sulverman, McGraw-Hill, New York).

5. Anderson J. B., Aulin T., Sundberg C.-E., *Digital Phase Modulation*. Plenum Press**,** New York, 1986.

6. Банкет В. Л., *Эффективные системы передачи дискретных сообщений*. Одесский электротехнический институт связи им. А. С. Попова, Одесса, 1982.

7. Зюко А. Г., Фалько А. И., Панфилов И. П., Банкет В. Л., Иващенко П. В., Помехоустойчивость и эффективность систем передачи информации. "Радио и связь", Москва, 1985.

8. Thomas C. M., Weidner M. Y., Durrani S. H., Digital Amplitude-Phase Keying with M -ary Alphabets. *IEEE Trans. on Commun.* **22** (1974), no. 2, pp. 168-180.

9. Банкет В. Л., Лысенко Л. А., АФМ сигналы в системах передачи дискретных сообщений. *Зарубежная радиоэлектроника*, 1980, № 9, pp. 49-63.

10. Spatial Issue on Eficient Modulation for Band-Limited Channels. *IEEE Journ. Sel. Areas in Commun.* **2** (1984), no. 5, 220 p.

11. უღრელიძე ნ., დარასელია ნ., ორგანზომილებიანი სიგნალები ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციით. საქართველოს ტექნიკური უნივერსიტეტის შრომები. თბილისი, 2020, № 1(515), გვ. 52-58.

12. Ugrelidze N., Shavgulidze S., Sordia M., New Four-Dimensional Signal Constellations Construction. *IET Commun.* **14** (2020), iss. 10, pp. 1554-1559.

13. Ugrelidze N., Shavgulidze S., Freudenberger J., Four-Dimensional Signal Constellations based on Binary Frequency-Shift Keying and M-ary Amplitude-Phase-Shift Keying. *Journal of Computer and Communications, Scientific Research Publishing (SCIRP),* Accepted for Publication, 2020.

14. ნაცვლიშვილი ზ., ტაბიძე გ., დანელია რ., გიორგობიანი ჯ., კუბლაშვილი მ., დისკრეტული მათემატიკის საფუძვლები. თბილისი, „განათლება", 1990.

15. Bossert M., Häutle A., Shavgulidze S., Ugrelidze N., Simplified Method for the Construction of an Orthonormal Base for CPFSK Signals. *IEE Electr. Lett.* **32** (1996), no. 24, pp. 2211-2213.

16. Ugrelidze N., Shavgulidze S., Sordia M., New Generalized Multistream Spatial Modulation for Wireless Communications. *Proc. the 11th Wireless Days Conference, 2019 Wireless Days (WD)*, Manchester, UK, April 24-26, 2019, pp. 1-7.

17. Padovani R., Wolf J. K., Coded Phase/Frequency Modulation. *IEEE Trans. Commun.* **34** (1986), no. 5, pp. 446-453.

18. Chalid A., Sasase I., Yashima H., Mori S., Coded Nonuniform Phase/Frequency Modulation. *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, Philadelphia, USA, 2, June 12-15, 1988, pp. 23.3.1-23.3.5.

19. Periyalwar S. S., Fleisher S. M., Multiple Trellis Coded Frequency and Phase Modulation. *IEEE Trans. Commun.* **40** (1992), no. 6, pp. 1038-1046.

20. Periyalwar S. S., Fleisher S. M., Trellis Coding of Quadrature Frequency/Phase Modulated Signals. *IEEE Journ. Sel. Areas in Commun.* **10** (1992), no. 8, pp. 1254 -1263.

21. De A., Sasase I., Kabal P., Trellis-Coded Phase/Frequency Modulation with Equal Usage of Signal Dimensions. *Proc. IEEE Global Commun. Conf. (GLOBECOM)*, Orlando, USA, Dec., 1992, pp. 1769-1773.

22. Forney G. D., Wei L. F., Multidimensional Constellations-P.1; Introduction, Figures, of Merit, and Generalized Cross Constellations. *IEEE Journ. Sel. Areas in Commun.* **7** (1989), no. 6, pp. 877-892.

თავი 3. სიგნალთა მიღება არხში ფედინგის არსებობისას

3.1. ფედინგის გავლენა სიგნალების გადაცემაზე

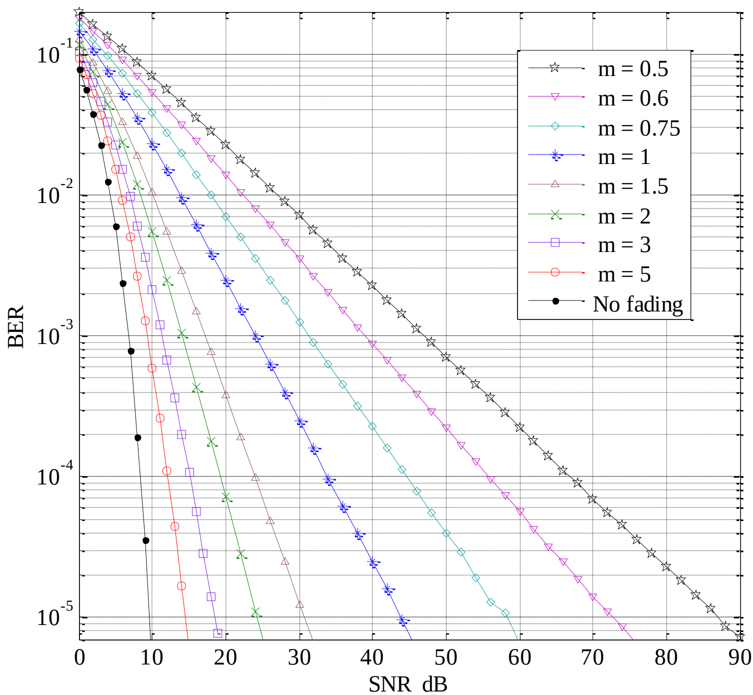
როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, ჩვენ განვიხილავთ სიგნალების გადაცემას ისეთი არხებით, რომლებშიც მოქმედებს ფედინგი ნაკაგამის განაწილებით და ადიტიური თეთრი გაუსის ხმაური. ვთვლით, რომ ფედინგი არის ნელი და სიხშირულად არასელექტიური [1].

სიგნალის გადაცემის სიზუსტეზე (ხარისხზე) ფედინგის გავლენის შესაფასებლად ჩატარებული იქნა კომპიუტერული მოდელირება [2], რომლის დროსაც ნაკაგამის არხით გადაიცემოდა 2D ორობითი $(M=2)$ ფაზამოდულირებული სიგნალი (BPSK(2PSK) – binary(2-ary) phase shift keying). მიმღებ მხარეზე დეტექტორი მუშაობდა (2.16)-ის შე-საბამისად. მიღებული შედეგები წარმოდგენილია **ნახ. 3.1**-ზე.

ანალოგიური შედეგები მოყვანილია [1]-შიც, ოღონდ, ისინი თეორი-ულადაა მიღებული. ნახაზზე მარცხენა კიდურა მრუდი შეესაბამება ფედინგის არარსებობის მდგომარეობას (No fading, $m=\infty$), ხოლო მარ-ჯვენა კიდურა მრუდი – ფედინგის შემთხვევას, სიგნალის მომვლების მნიშვნელობის გაუსის ცალმხრივი განაწილებით $(m=0.5)$. ნახაზიდან ჩანს, რომ თუ მიღებული ბიტისათვის შეცდომის ალბათობის მნიშვნე-ლობა (BER – bit error rate) არის $\text{BER}=10^{-5}$, SNR -ის საშუალო მნიშვნე-ლობის მაქსიმალური დეგრადაცია, ფედინგის არარსებობის შემთხვე-ვასთან შედარებით, აღწევს 80 დბ-ს, რაც არის კატასტროფული შედე-გი; რელეის არხისათვის $(m=1)$ მისი მნიშვნელობა 35 დბ-მდეა, რაც

ასევე უდაოდ დიდი რიცხვია. შევნიშნავთ, რომ როცა $M = 2$, SER-ის და BER-ის მნიშვნელობები იდენტურია.

როგორც აღნიშნული იყო **ნახ. 3.1**-ზე მოყვანილი შედეგები შეესაბამება BPSK სიგნალის გადაცემას. ცნობილია [1, 3-5], რომ ჩვეულებრივ 2D სიგნალებიდან ყველაზე მაღალი ხელშეშლა-მდგრადობა გააჩნია ამ სიგნალს, ამიტომ, შეგვიძლია ვივარაუდოთ, რომ წარმოდგენილი არხებით ყველა სხვა, ამ ტიპის სიგნალის გადაცემისას გვექნება უფრო ცუდი შედეგი, ვიდრე BPSK-ს გადაცემისას.



ნახ. 3.1. ბიტის შეცდომის ალბათობათა მახასიათებლები BPSK-თვის ნაკაგამის არხში

აქედან გამომდინარე, ვფიქრობთ, რომ **ნახ. 3.1**-ზე მოყვანილი მახასიათებლები ქმნიან სიგნალის გადაცემის სიზუსტეზე ფედინგის უარყოფითი გავლენის საკმარისად ნათელ სურათს.

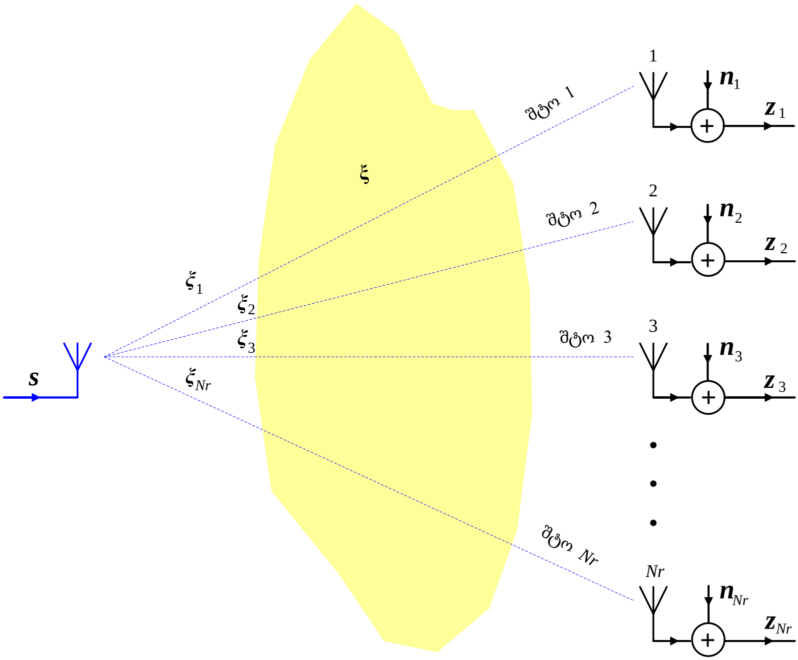
3.2. ფედინგის გავლენის შემცირება მიმორიგებული მიღებით

იდეა, რომ ფედინგის გავლენის შესამცირებლად გამოყენებული ყოფილიყო სივრცეში მიმორიგებული რამდენიმე მიმღები (მიმღები ანტენა), საკმაოდ ძველია და ის ეყრდნობოდა ვარაუდს, რომ ასეთ შემთხვევაში ერთ-ერთ ანტენაზე აღმოჩნდება ყველაზე მძლავრი სიგნალი და მოსალოდნელია, რომ მიმღებ ანტენათა რაოდენობის გაზრდით ამ სიმძლავრის მნიშვნელობა იქნება უფრო მაღალი.

ფედინგიან არხში გადაცემული სიგნალის მიმორიგებული მიღების სქემატური გამოსახულება ნაჩვენებია **ნახ. 3.2**-ზე, რომელიც მათემატიკურად შეიძლება შემდეგი ზოგადი ფორმით იქნას წარმოდგენილი:

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\xi}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \tag{3.1}$$

რომელშიც $\mathbf{z} = \left[z_1, z_2, \ldots, z_{N_r} \right]$ არის სიგნალ-ვექტორი მიმღების გამოსასვლელისთვის, $\boldsymbol{\xi} = \left[\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_{N_r} \right]$ არის ფედინგის ვექტორი, $\mathbf{s} = [s]$ გადაცემული სიგნალ-ვექტორია, ხოლო $\mathbf{n} = \left[n_1, n_2, \cdots, n_{N_r} \right]$ წარმოადგენს ადიტიურ ხელშეშლას გაუსის განაწილებით. ზოგადად, მოყვანილ მატრიცათა ელემენტები კომპლექსური სიდიდეებია. აქ და შემდგომში გაუსის ხელშეშლებთან დაკავშირებით ვუშვებთ, რომ მათ აქვთ ერთნაირი დისპერსია და ნულის ტოლი მათემატიკური ლოდინი.

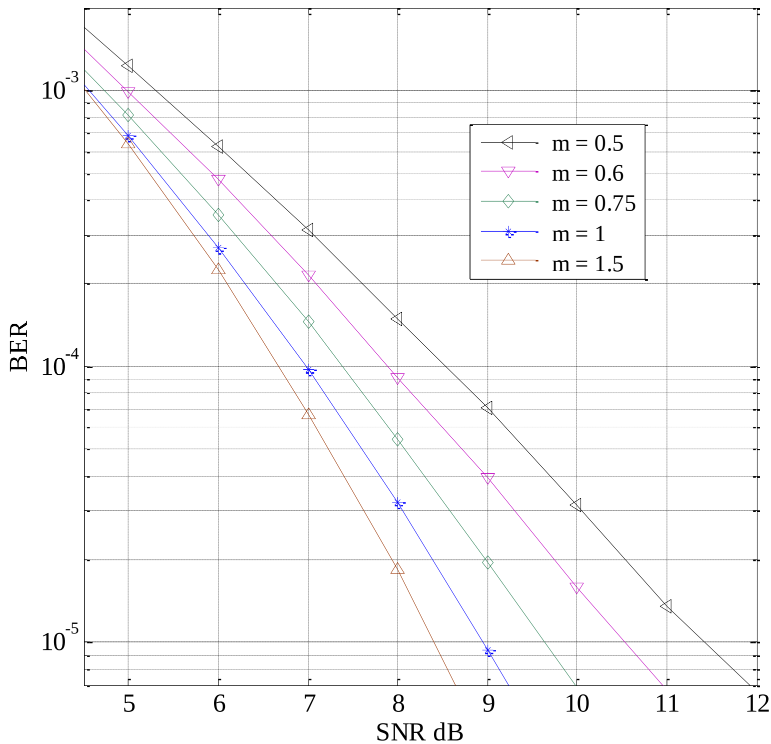


ნახ. 3.2. სიგნალის მიმორიგებული (პარალელური) მიღების პრინციპიალური სქემა

თუ განვიხილავთ **ნახ. 3.1**-ზე მოყვანილ შემთხვევას, მიღებას განვახორციელებთ $N_r = 8$ მიმორიგებულ ანტენაზე და ხელსაყრელ (საუკეთესო) j შტოს ავირჩევთ პირობიდან $\boldsymbol{z}_j = \max\limits_{\zeta}\left[\mathrm{SNR}_{\zeta}\right]$, $\zeta \in \{1, 2, \dots, N_r\}$ მივიღებთ **ნახ. 3.3**-ზე წარმოდგენილ შედეგებს [2] და თუ მათ შევადარებთ **ნახ. 3.1**-ზე მოყვანილს ნათელი გახდება **ნახ. 3.2**-ზე ნაჩვენები მიღების იდეის სარგებლიანობა. მოცემულ შემთხვევაში, $\boldsymbol{s}$ გადმოცემული სიგნალის დროს, მიმღებ მხარეზე ML დეტექტორი მუშაობდა პრინციპით $\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min\limits_{\zeta}\left[d^2\left(\boldsymbol{z}_j, \boldsymbol{\xi}_j \boldsymbol{s}_{\zeta}\right)\right]$, $\zeta \in \{1, 2, \dots, M\}$.

[3]-ის მიხედვით, თუ შტოებში არსებულ სიგნალებს შორის ანუ ე.წ. მიმორიგებულ სიგნალებს შორის კორელაციის კოეფიციენტი $\rho < 0.6$,

მაშინ მიმორიგებული მიღება გაუმჯობესებას პრაქტიკულად არ იძლევა. ამ დროს, [3]-ში მოყვანილი კერძო შემთხვევისათვის ჩანს (იხ. **Рис. 5.1**, [3]) მიმღებ ანტენებს შორის მანძილი $L=(10-15)\lambda$, სადაც λ სიგნალის ტალღის სიგრძეა.



ნახ. 3.3. ბიტის შეცდომის ალბათობათა მახასიათებლები BPSK -თვის ნაკაგამის არხში, მიმღებ ანტენათა მიმორიგებით, როცა $N_r=8$

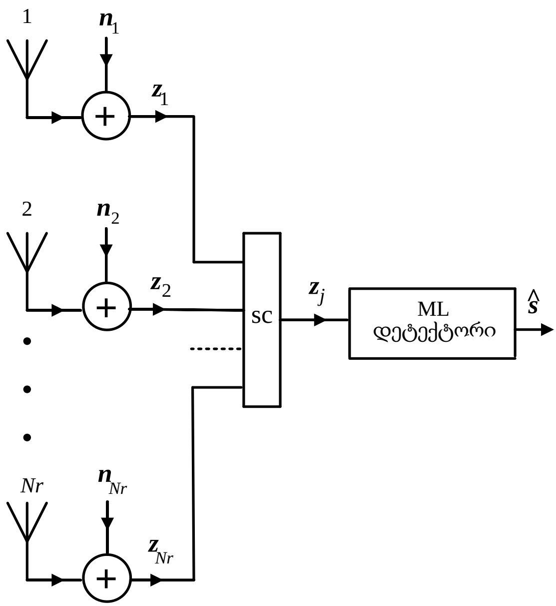
უნდა ითქვას, რომ **ნახ. 3.2-**ზე მოყვანილის ანალოგიური სქემა პირველად რეალიზებული იყო 1927 წელს რადიო-სატელეფონო კავშირის განხორციელებისას მოკლეტალღოვან დიაპაზონში. მხოლოდ რამდენიმე ათეული წლის შემდეგ გამოქვეყნდა სერიოზული კვლევის შედე-

გები აღნიშნული მიმართულებით [3, 5-9]. კერძოდ, აღმოჩნდა, რომ მიმორიგებულ მიმღებთა გამოსასვლელებზე არსებულ სიგნალთა გარკვეული წესით კომბინირებით შესაძლებელია მნიშვნელოვნად გაუმჯობესდეს მიმორიგების ეფექტურობა [6, 8].

კომბინირების სხვადასხვა სქემები წარმოდგენილია ნაშრომებში [3, 5-9]. მათგან ჩვენ გამოვიყენებთ მარტივ არაოპტიმალურ და ოპტიმალურ სქემას.

3.3. მიმორიგებულ სიგნალთა არაოპტიმალური კომბინირება

ამ შემთხვევაში, ჩვენ განვიხილავთ ყველაზე მარტივ სქემას, რომელიც ლიტერატურაში ამორჩევითი კომბინირების (Selection combinig – SC) სქემის სახელითაა ცნობილი [3, 5-9]. ის მოყვანილია **ნახ. 3.4**-ზე.



ნახ. 3.4. ამორჩევითი კომბინირების სქემა

აქ, ხელსაყრელი j შტოს და შესაბამისი $\mathbf{z}_j$ სიგნალის ამორჩევა ხდება, SC ბლოკის გამოყენებით, შემდეგი პირობებით:

$$\mathbf{z}_j = \max_{\zeta}\left[\mathrm{W}\mathbf{z}_{\zeta}\right], \quad \zeta \in \{1, 2, \ldots, N_r\}\ , \tag{3.2}$$

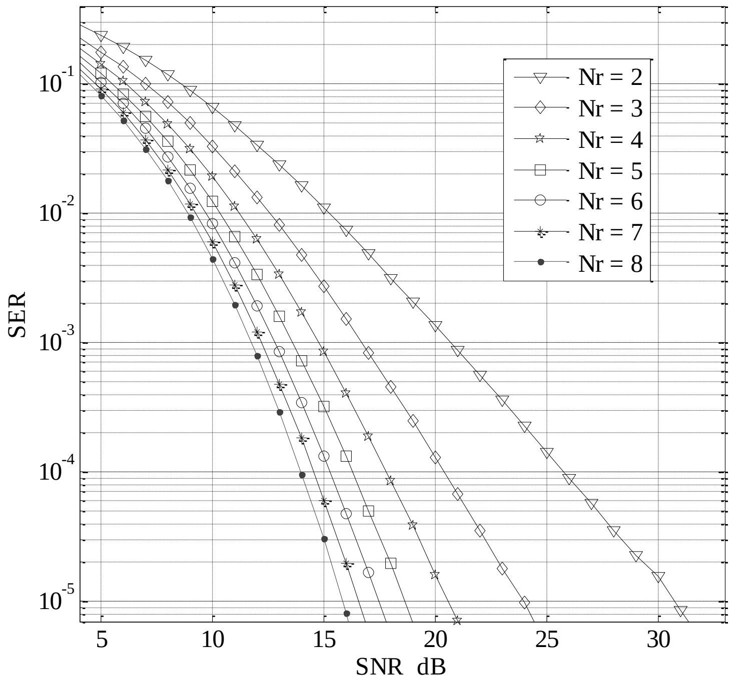
რომელშიც $\mathrm{W}\mathbf{z}_{\zeta}$ არის $\mathbf{z}_{\zeta}$-ის სიმძლავრე; ან ხელსაყრელი j შტოს ამორჩევა განხორციელდეს SNR-ის მაქსიმალური მნიშვნელობის მიხედვით; მაგრამ, როგორც [3, 8]-ში არის აღნიშნული ეს ართულებს სქემას, თუმცა, მისი რეალიზაცია შესაძლებელია. ამ შემთხვევისთვის:

$$\mathbf{z}_j = \max_{\zeta}\left[\mathrm{SNR}_{\zeta}\right], \quad \zeta \in \{1, 2, \ldots, N_r\}\ . \tag{3.3}$$

ნახ. 3.5-ზე წარმოდგენილია SER მახასიათებლები 2FSK-8PSK სიგნალისათვის მოდულაციის ინდექსით $h = 0.4$ და ფაზათა მნიშვნელობებით (გრადუსებში) $\varphi = \begin{bmatrix}0 & 90 & 180 & 270 & 27 & 117 & 207 & 297\end{bmatrix}$. მოცემულ სიგნალზე, არხში გაუსის ხმაურთან ერთად, მოქმედებდა ფედინგი რელეის განაწილებით (ანუ ნაკაგამის განაწილებით, როცა $m = 1$).

სიგნალთა მიღება განხორციელებული იყო **ნახ. 3.4**-ზე ნაჩვენები სქემისა და (3.2) გამოსახულების მიხედვით მიმღები ანტენების $N_r = 2$-8 რაოდენობის შემთხვევისათვის.

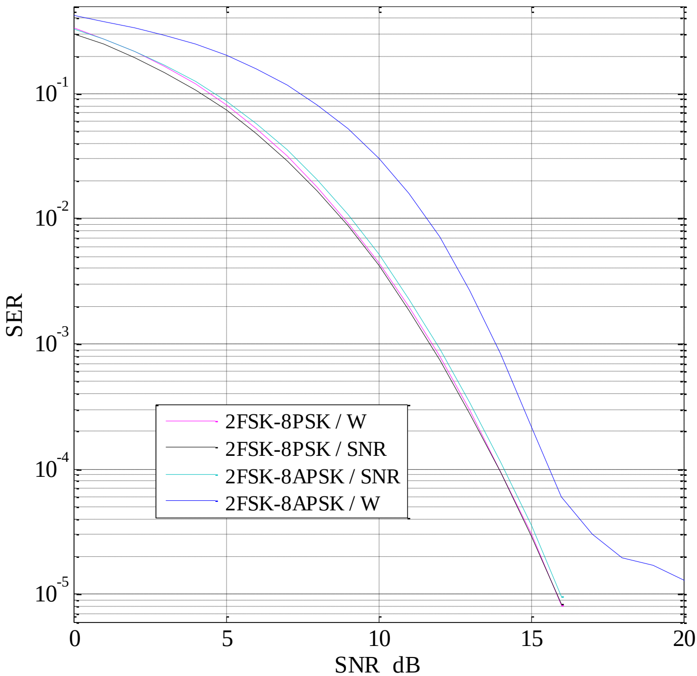
მოყვანილი ნახაზიდან ჩანს, რომ ენერგეტიკული მოგება $N_r = 8$ შემთხვევაში $N_r = 2$ შემთხვევასთან შედარებით $15\,\mathrm{dB}$-მდეა. ანალოგიურ პირობებშია მიღებული **ნახ. 3.3**-ზე წარმოდგენილი შედეგები, ოღონდ წინა შემთხვევისგან განსხვავებით აქ გვაქვს ნაკაგამის სხვადასხვა ხელშეშლა, BPSK სიგნალი და $N_r = 8$ მიმღებ ანტენათა (ანუ მიმღებთა) რაოდენობა.



ნახ. 3.5. 2FSK-8PSK სიგნალის SER მახასიათებლები რელეის არხში კომბინირების SC სქემის გამოყენებისას, როცა $h = 0.4$

იმისათვის, რომ გარკვეულწილად შეგვეფასებინა (3.2) და (3.3) გამოსახულებების გამოყენებით მიღებული შედეგების განსხვავება, ჩავატარეთ მოდელირება, რომლის დროსაც რელეის არხში გადაიცემოდა 2FSK-8PSK $(h = 0.4)$ და 2FSK-8APSK $(h = 0.3)$ სიგნალები. ხელსაყრელი შტოს ამორჩევა ხორციელდებოდა შემოსული $\boldsymbol{z}$ სიგნალის W სიმძლავრის ან SNR-ის მიხედვით. შედეგები მოყვანილია **ნახ. 3.6**-ზე, საიდანაც ჩანს, რომ თუ შტოს ამორჩევა ხდება მიღებული სიგნალის სიმძლავრის მიხედვით 2FSK-8APSK სიგნალს აქვს გაცილებით უარესი ენერგეტიკული მახასიათებელი ($\mathrm{SER} < 10^{-5}$ დროს), ვიდრე ყველა სხვა დანარჩენს. ამავე ნახაზიდან ჩანს, რომ 2FSK-8PSK სიგნალისა-

თვის პრაქტიკულად მნიშვნელობა არ აქვს, თუ როგორი წესით იქნება შტო ამორჩეული – (3.2) თუ (3.3) გამოსახულების მიხედვით.



ნახ. 3.6. 2FSK-8PSK და 2FSK-8APSK სიგნალების SER მახასიათებლები რელეის არხში, კომბინირების SC სქემის გამოყენებისას, როცა $N_r = 8$

3.4. მიმორიგებულ სიგნალთა ოპტიმალური კომბინირება

ამ შემთხვევაში, ჩვენ განვიხილავთ მიმორიგებულ სიგნალთა ოპტიმალური კომბინირების სქემას, რომლის გამოსასვლელზე (ანუ ML დეტექტორის შესასვლელზე) მიიღწევა სიგნალ-ხელშეშლის თანაფარდობის მაქსიმალური მნიშვნელობა. ლიტერატურაში [3, 5-9] ასეთი სქემა მაქსიმალური თანაფარდობის კომბინირების სახელითაა ცნობი-

ლი (Maximal ratio combining – MRC). ის მოყვანილია **ნახ. 3.7**-ზე. ამ დროს ამჯამავის გამოსასვლელზე (ანუ, ML დეტექტორის შესასვლელზე) გვაქვს რომელიღაც გადმოცემული $\boldsymbol{s}$ სიგნალის შესაბამისი $\boldsymbol{z}$ სიგნალი და **ნახ. 3.7**-ის თანახმად

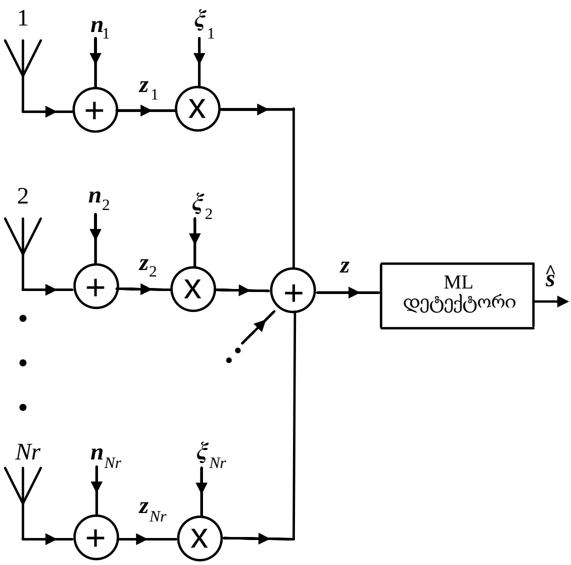
$$\boldsymbol{z} = \sum_{i=1}^{N_r} \xi_i \boldsymbol{z}_i \;; \tag{3.4}$$

ამ დროს ML დეტექტორი მუშაობს პრინციპით:

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_r \left[d^2\left(\boldsymbol{z}, \boldsymbol{\xi} \boldsymbol{s}_r\right) \right], \quad r \in \{1, 2, \ldots, M\}, \tag{3.5}$$

სადაც $\hat{\boldsymbol{s}}$ არის გადმოცემული $\boldsymbol{s}$ სიგნალის შესაბამისი დეტექტირებული სიგნალი ($\boldsymbol{s}$ სიგნალის ე.წ. შეფასება), ხოლო

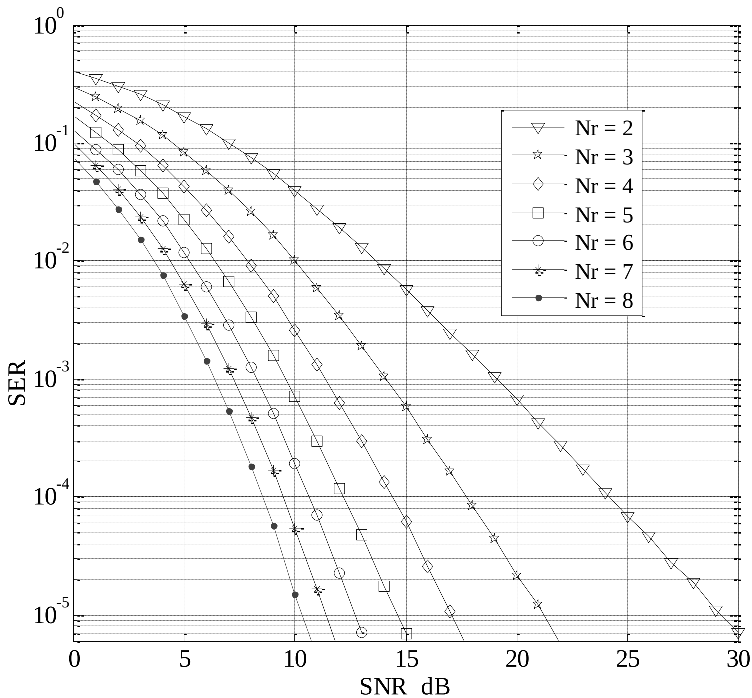
$$\boldsymbol{\xi} = \sum_{i=1}^{N_r} \xi_i^2 \;. \tag{3.6}$$



ნახ. 3.7. მაქსიმალური თანაფარდობის კომბინირების სქემა

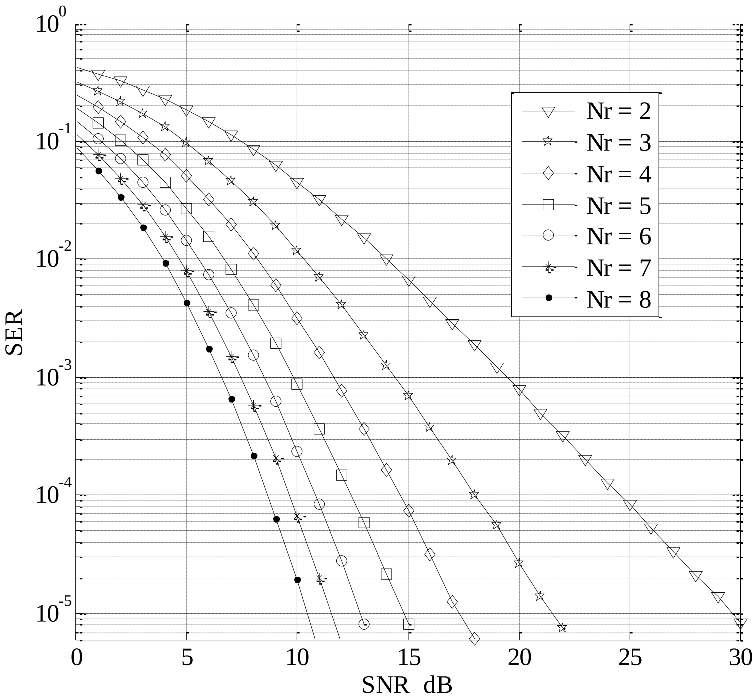
მოცემული სქემის რეალიზაცია დაკავშირებულია გარკვეულ სირთულეებთან. კერძოდ, აქ აუცილებელია r რაოდენობის სიგნალის აჯამვა მოხდეს კოჰერენტულად; ამიტომ ამჯამავის შესასვლელზე ყველა სიგნალი უნდა იყოს ფაზირებული, რაც ხშირ შემთხვევაში შეიძლება გახდეს ძნელად მისაღწევი, განსაკუთრებით არხში მძლავრი ხელშეშლების არსებობისას [3, 8].

ქვემოთ, **ნახ. 3.8**-ზე, მოყვანილია 2FSK-8PSK სიგნალის SER მახასიათებლები რელეის არხში $(m=1)$, როცა $h=0.4$.



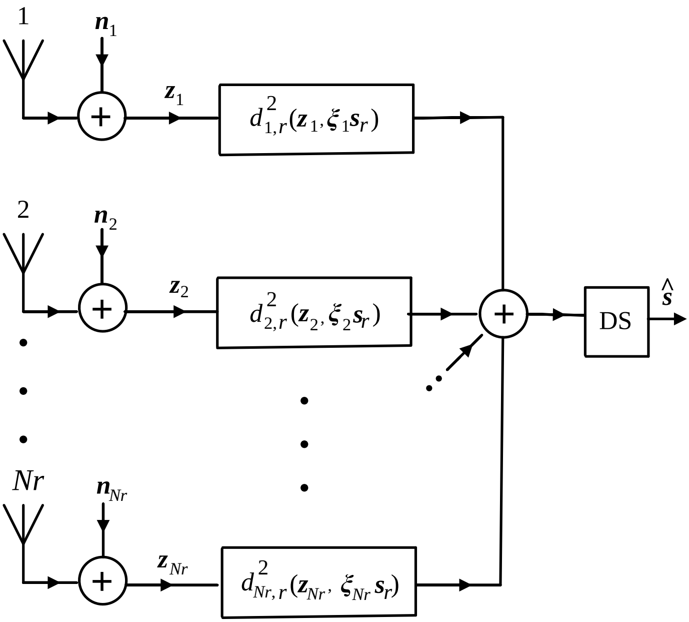
ნახ. 3.8. 2FSK-8PSK სიგნალის SER მახასიათებლები რელეის არხში კომბინირების MRC სქემის გამოყენებისას, როცა $h=0.4$

მოცემულ შემთხვევაში $\varphi = \left[0 \quad 90 \quad 180 \quad 270 \quad 27 \quad 117 \quad 207 \quad 297\right]$ სიგნალის ფაზათა მნიშვნელობებია. ანალოგიური მახასიათებლები 2FSK-8APSK სიგნალისათვის მოყვანილია **ნახ. 3.9**-ზე, სადაც $\varphi = \left[0 \quad 9 \quad 90 \quad 99 \quad 180 \quad 189 \quad 270 \quad 297\right]$ სიგნალის ფაზათა მნიშვნელობებია φ-ის მნიშვნელობები ორივე შემთხვევაში მოცემულია გრადუსებში. პრაქტიკულად, ნახაზებიდან ჩანს შედეგების იდენტურობა, რაც მოსალოდნელიც იყო, ვინაიდან მოცემულ სიგნალთა მინიმალური ევკლიდური მანძილის კვადრატის მნიშვნელობები თითქმის ერთნაირია ($d^2_{\min(\text{2FSK-8PSK})} = 0.9297$, როცა $h = 0.4$ და $d^2_{\min(\text{2FSK-8APSK})} = 0.9623$, როცა $h = 0.3$).



ნახ. 3.9. 2FSK-8APSK სიგნალის SER მახასიათებლები რელეის არხში კომბინირების MRC სქემის გამოყენებისას, როცა $h = 0.3$

დავუბრუნდეთ პრობლემას, რომელიც წარმოშობილი იყო **ნახ. 3.7**-ზე მოყვანილი სქემის გამოყენების დროს. ის შეიძლება მეტ-ნაკლებად გადაჭრილი იქნას **ნახ. 3.10**-ზე მოყვანილი სქემის გამოყენების შემთხვევაში, სადაც, ამჯამვის წინ ხორციელდება მეტრიკათა გამოთვლები. მართალია, აქ მეტრიკის გამოთვლის პროცედურების რაოდენობა იზრდება, თუმცა იხსნება ამჯამავზე მიწოდებული ყველა სიგნალის ერთდროული ფაზირების (კოჰერენტული აჯამვის) აუცილებლობა.



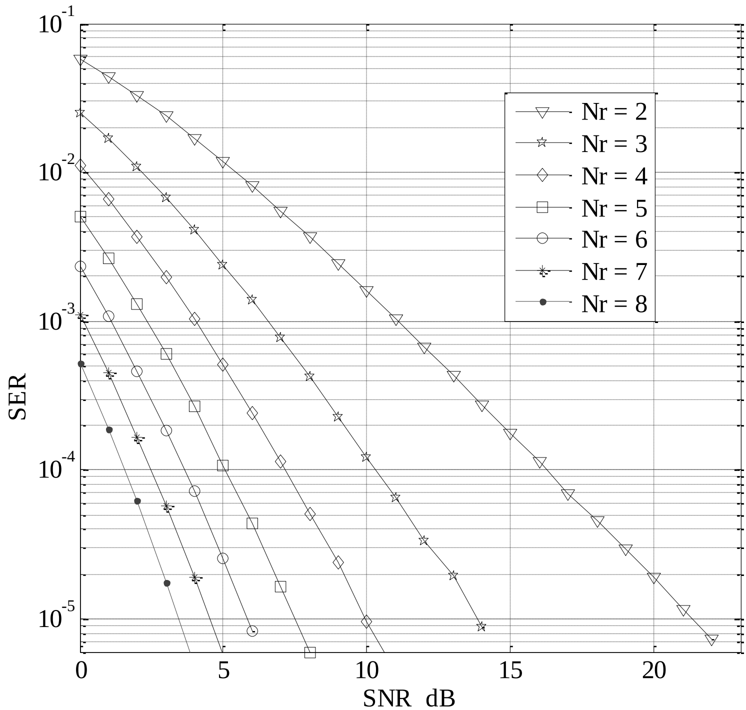
ნახ. 3.10. მაქსიმალური თანაფარდობის კომბინირების მოდერნიზებული სქემა

ნახ. 3.10-ზე მოყვანილ სქემაში $r \in \{1, 2, \dots, M\}$, ხოლო გადაწყვეტილების მიმღები კვანძი (DS) მუშაობს პრინციპით:

$$\hat{\boldsymbol{s}} = \arg\min_{r} \left[\sum_{i=1}^{N_r} d_{i,r}^2 \left(\boldsymbol{z}_i, \xi_i \boldsymbol{s}_r \right) \right], \tag{3.7}$$

ძნელი არ არის შევამოწმოთ, რომ ნებისმიერი ჩვენი სიგნალისათვის, **ნახ. 3.7**-ზე მოყვანილი სქემა და სქემა, რომელიც ნაჩვენებია **ნახ. 3.10**-ზე ერთნაირ პირობებში მოგვცემს SER-ის ერთსა და იმავე მაჩვენებელს.

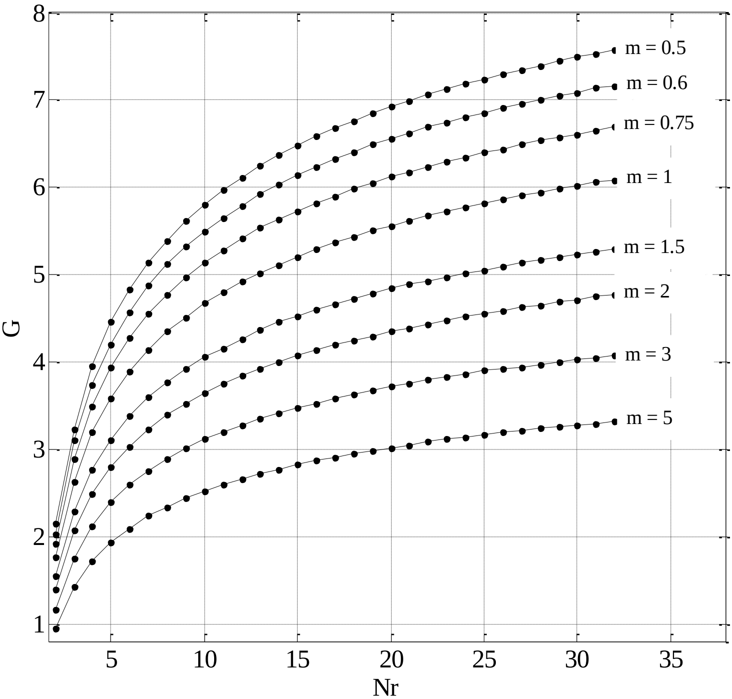
ახლა თუ შევადარებთ **ნახ. 3.5**-ზე და **ნახ. 3.8**-ზე მოყვანილ შედეგებს დავინახავთ, რომ ოპტიმალური კომბინირების სქემის გამოყენება გვაძლევს ენერგეტიკულ მოგებას არაოპტიმალურთან შედარებით 1.4 dB-დან 5.5 dB-მდე და როგორც ნახაზებიდან ჩანს, ეს მოგება იზრდება მიმღები ანტენების რაოდენობის ზრდის კვალდაკვალ.



ნახ. 3.11. BPSK სიგნალის SER (BER) მახასიათებლები რელეის არხში, კომბინირების MRC სქემის გამოყენებისას

ნახ. 3.11-ზე მოყვანილია SER (BER) მახასიათებლები ყველაზე მაღალი ხელშეშლა მდგრადობის BPSK სიგნალის გამოყენების შემთხვევისათვის MRC სქემისათვის რელეის ფედინგის მოქმედებისას. როგორც ამ ნახაზიდანაც ჩანს (ასევე, თუ მას შევადარებთ **ნახ. 3.1**-ზე მოყვანილ შედეგებს) მიმორიგების გამოყენების ეფექტურობა რადიოკავშირის სისტემებში ნათელია.

საინტერესოა შევაფასოთ მიმორიგების ეფექტურობის დამოკიდებულება მიმღები ანტენების რაოდენობაზე. ჩვენს მიერ ეს განხორციელებული იქნა მოდელირებით SC სქემისათვის და შედეგები მოყვანილია **ნახ. 3.12**-ზე, სადაც G გამოთვლილია შემდეგი გამოსახულებიდან:



ნახ. 3.12. მიმორიგების ეფექტურობის შეფასება ნაკაგამის ფედინგის შემთხვევაში კომბინირების SC სქემისათვის

$$G = \mathrm{SNR}\left(N_r\right) / \mathrm{SNR}\left(N_r = 1\right), \tag{3.8}$$

რომელშიც $\mathrm{SNR}\left(N_r\right)$ (dB) არის მაქსიმალური საშუალო სიგნალ-ხელშეშლის თანაფარდობა ერთ-ერთ ანტენაზე N_r რაოდენობის გამოყენებული მიმღები ანტენებიდან, ხოლო $\mathrm{SNR}\left(N_r = 1\right)$ (dB) საშუალო სიგნალ-ხელშეშლის თანაფარდობაა ერთი მიმღები ანტენის გამოყენებისას. როგორც ნახაზიდან ჩანს, მიმორიგება განსაკუთრებით ეფექტურია $N_r = 3$-16 შემთხვევებისათვის [2]. ანალოგიური შედეგებია მიღებული [10]-ში MRC სქემისათვის.

3.5. არხის მდგომარეობის გამოყენების საკითხი სიგნალთა მიღებისას

როცა ვამბობთ, რომ წყვილი $(\boldsymbol{z}, \xi)$ წარმოადგენს არხის გამოსასვლელს, ვგულისხმობთ, მიმღებ მხარეს ინფორმაცია არხის მდგომარეობის შესახებ (Channel state information – CSI) ცნობილია, ე.ი. ცხადია, რომ ვიცით ξ-ის მნიშვნელობა. მოდელირებისას, თუ ვთვლით, რომ CSI ცნობილია, მაშინ გაკეთებული გვაქვს დაშვება, რომ ξ-ის მნიშვნელობა ვიცით ზუსტად.

ტექნიკურად ξ შეიძლება რამდენიმე ხერხით განისაზღვროს. მაგალითად, პილოტ-სიგნალის გამოყენებით და კონკრეტული ტიპის არხში სიგნალის პარამეტრების გაზომვით [1]; ξ-ის მნიშვნელობა შეიძლება შეფასდეს რაღაც ალბათობით და ამისთვის ვისარგებლოთ შესაბამისი სქემით [11] ან გამოყენებული იქნას ორიგინალური, გარკვეული პრინციპით მომუშავე კონკრეტული სისტემა (იხ. მაგ., [12]).

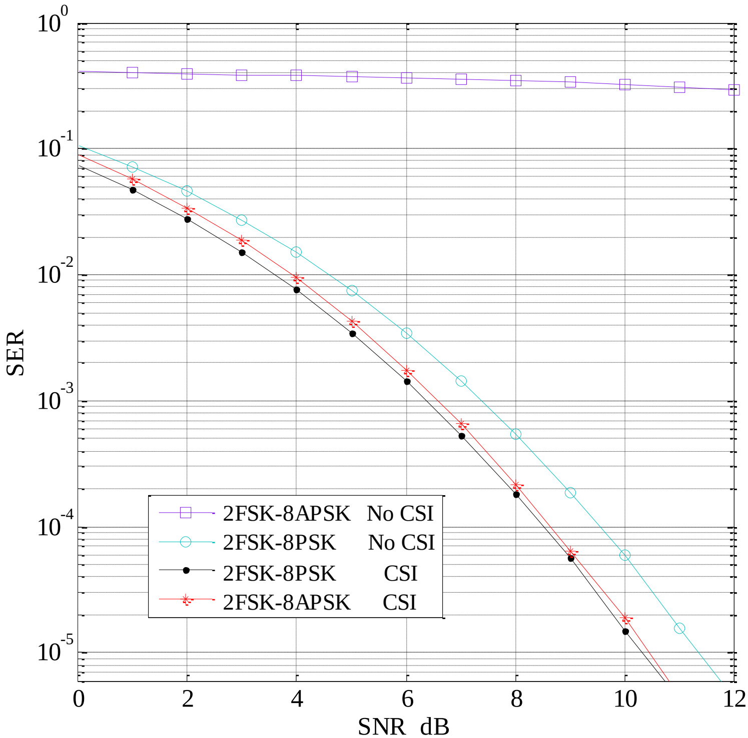
იმისათვის, რომ შეგვეფასებინა CSI-ს გამოყენების ეფექტურობა ჩვენს მიერ ჩატარებული იქნა კომპიუტერული მოდელირება

2FSK-8PSK $(h = 0.4)$ და 2FSK-8APSK $(h = 0.3)$ სიგნალების გადაცემისა რელეის არხში $N_r = 8$ ანტენების რაოდენობით მიმღებ მხარეზე. აღებული იყო MRC კომბინირების სქემა ξ-ის მნიშვნელობის გამოყენებით და მის გარეშე. მიღებული შედეგები ნაჩვენებია ქვემოთ **ნახ. 3.13**-ზე. აქ 2FSK-8PSK სიგნალისათვის SER-ის მნიშვნელობები არაა ძლიერ დამოკიდებული იმაზე, სიგნალის მიღებისას, ვიყენებთ თუ არა CSI-ს. ხოლო რაც შეეხება 2FSK-8APSK სიგნალს, მისი SER მახასიათებელი CSI-ს გამოყენების გარეშე უკიდურესად ცუდია.

ძნელი არ არის დავინახოთ, რომ კომბინირების SC სქემის სარგებლობისას 2FSK-8PSK/W და 2FSK-8APSK/W ვარიანტები შეესაბამება შემთხვევას, როცა მიღებისას CSI არ გამოიყენება და ზუსტად ამით აიხსნება **ნახ. 3.6**-ზე და **ნახ. 3.13**-ზე მოყვანილი შედეგების გარკვეული ანალოგიები.

აუცილებელია შევნიშნოთ, რომ კომბინირების MRC სქემა CSI-ის გამოყენების გარეშე ცნობილია ლიტერატურაში, როგორც კომბინირება თანაბარი გაძლიერებით (Equal gain combining – EGC) [3, 5-9, 13].

მსგავსი კვლევის შედეგები, რაისის ერთი კონკრეტული არხისათვის, როცა არ გამოიყენება მიმორიგებული მიმღებები და გადაიცემა კოდირებული უწყვეტფაზიანი სიხშირულად მოდულირებული სიგნალი, კერძოდ, ხვევადი კოდით კოდირებული სიგნალი მინიმალური მოდულაციით, მოყვანილია [14]-ში.



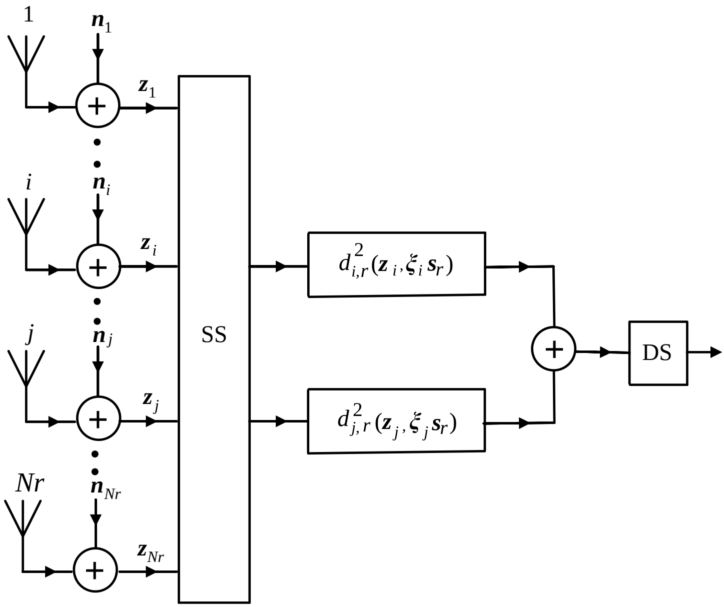
ნახ. 3.13. სიგნალთა SER მახასიათებლები CSI -ის გამოყენებისას და მის გარეშე MRC კომბინირების სქემისათვის

3.6. სიგნალთა ნაწილობრივი ოპტიმალური კომბინირება

აქ ჩვენ წარმოვადგენთ MRC კომბინირების გამარტივებულ ვარიანტს, (მაგ. იხ. **ნახ. 3.14**) ე.წ. ნაწილობრივი ოპტიმალური კომბინირების სქემას (Partial maximal ratio combining – PMRC).

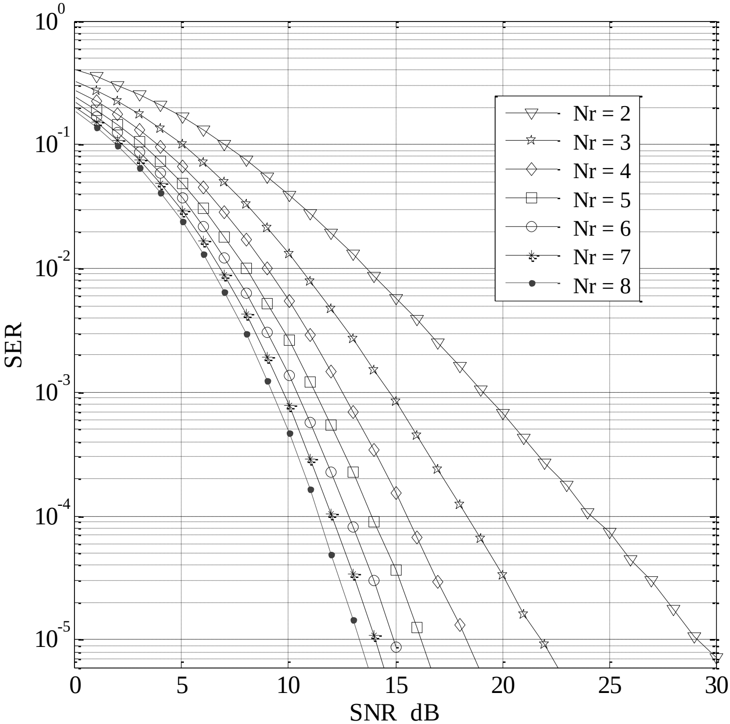
მოცემულ შემთხვევაში, ზოგადად, კომბინირებისას გამოყენებული იქნება N_r-ზე ნაკლები რაოდენობის შტო, კონკრეტულად ჩვენს შემ-

თხვევაში – ორი და ეს ის შტოებია, რომლებზეც გვაქვს SNR-ის საუკეთესო მნიშვნელობები. **ნახ. 3.14**-ზე წარმოდგენილი სქემა არის **ნახ. 3.10**-ზე მოყვანილის ვარიანტი. აქ SS კვანძის საშუალებით ხდება N_r რაოდენობის შტოდან ორი საუკეთესოს ამორჩევა SNR-ის მიხედვით. ხოლო შემდგომ ის ფუნქციონირებს, ისე როგორც **ნახ. 3.10**-ზე ნაჩვენები სქემა.



ნახ. 3.14. მაქსიმალური თანაფარდობის ორშტოიანი ნაწილობრივი კომბინირება

ნახ. 3.15-ზე მოყვანილია მოდელირების შედეგები მოცემული სქემისა და 2FSK-8PSK $(h=0.4)$ სიგნალისათვის. ჩანს, რომ $N_r=8$ შემთხვევაში წარმოდგენილი სისტემის გამოყენებისას მოგება SC-ის ვარიანტთან შედარებით შეადგენს მიახლოებით 2.5 dB-ს, ხოლო MRC-თან შედარებით აგებს 3 dB-ს.



ნახ. 3.15. 2FSK-8PSK $(h = 0.4)$ სისტემის SER მახასიათებლები PMRC სქემისათვის რელეის არხში

მესამე თავის ძირითადი შედეგები

- განხილულია სიგნალების გადაცემის საკითხი ისეთ არხებში, სადაც გაუსის ადიტიურ თეთრ ხმაურთან ერთად ადგილი ჰქონდა ფედინგის მოქმედებას. ითვლებოდა, რომ ამ დროს სიგნალის ამპლიტუდა (მომვლები) ფლუქტუირებდა ნაკაგამის განაწილებით. აქ და შემდგომშიც ყოველთვის მიღებულია, რომ ფედინგი არის ნელი და სიხშირულად არასელექციური (ელემენტალური სიგნალის ინტერვალისთვის ის არის თანაბარი, ე.წ. „ბრტყელი“,

ანუ გვაქვს flat fading). ამ დროს, ფუნქციურად, სიგნალის მიღების პროცესი შედგება ორი ეტაპისაგან, პირველი – გადმოცემულ სიგნალთა მიმორიგებული მიღება კომბინირებით და საუკეთესო სიგნალის ამორჩევა, და მეორე – ამორჩეული სიგნალის მიხედვით გადმოცემულის იდენტიფიცირება ML დეტექტორით. ამ პირობებში, როგორც ზემოთაა ნაჩვენები, CSI შეიძლება ან გამოვიყენოთ ან არ გამოვიყენოთ. თუმცა შეიძლება მისი ნაწილობრივ გამოყენებაც, მაგალითად, ან მხოლოდ კომბინირების სქემაში, ან მხოლოდ ML დეტექტორში [7].

- წარმოდგენილია მიმორიგებულ სიგნალთა კომბინირების ახალი, გამარტივებული, სქემა და შეფასებულია მისი მაჩვენებლები.
- შეფასებულია BPSK, 2FSK-8PSK და 2FSK-8APSK სიგნალების ბაზაზე აგებულ სისტემათა სხვადასხვა მახასიათებლები, სხვადასხვა არხებში, კომპიუტერული მოდელირების საფუძველზე.
- ფაქტიურად, მოცემულ თავში მიღებული ყველა პრაქტიკული შედეგი ახალი და ორიგინალურია. სწორედ მათზე და გაკეთებულ შეფასებებზე დაყრდნობით იქნება წარმოებული ჩვენი შემდგომი კვლევა.

ლიტერატურა

1. Proakis J. G., Salehi M., *Digital Communications*. 5th ed., McGraw, Inc., New York, 2008.
2. Ugrelidze N., Sordia M., Shavgulidze S., Bit Error Rate of Spatial Modulation Systems for Nakagami-m Fading. *Proc. of the 2016 IEEE Region 10 Conference (TENCON)*, Marina Bay Sands, Singapore, Nov. 22-25, 2016, pp. 1342-1347.
3. Зюко А. Г., *Помехоустойчивость и эффективность систем связи*. “Связь”, Москва, 1972.

4. Банкет В.Л., *Эффективные системы передачи дискретных сообщений*. Одесса, 1982.

5. Sklar B., *Digital Communications.* 2th ed., Prentice Hall PTR, New Jersey, 2001.

6. Brennan D. G., Linear Diversity Combining Techniques. *Proc. IRE* **47** (1959), June, pp. 1075-1102; Reprint: *Proc. IEEE* **91** (2003), Feb., no. 2, pp. 331-356.

7. Isomäki P., Isoaho J., On Diversity Combining. *University of Turku (Finland), Turku Centre for Computer Science. Technical Report*, no. 884, April, 2008, pp. 1-25.

8. Финк Л. М., *Теория передачи дискретных сообщений*. “Сов. радио”, Москва, 1970.

9. Lee W. C. Y., *Mobile Communications Engineering*. McGraw-Hill Book Inc., New York, 1982.

10. Kumar R., Maximal Radio Combining. *Indian Institute of Space Science and Technology, Thiruvananthapuram*, July, 2011, pp. 1-12.

11. Viterbi A. J., *Principles of Coherent Communications*. McGraw-Hill, New York, 1966.

12. Method for Measuring Channel State Information in a Wireless Access System and Apparatus for Same. *US Patent* № US 2017/0013489 A1, 12 Jan., 2017, Sheet 1-9, pp. 1-14.

13. Bactor D., Kaur R., Bactor P., Diversity Teqhniques Using BPSK and QPSK Modulation in MIMO System under Fading Environment. *International Journal of Advanced Research in Eleqtronics and Communication Engineering (IJARECE)* **4** (2015), iss. 5, May, pp. 1461-1467.

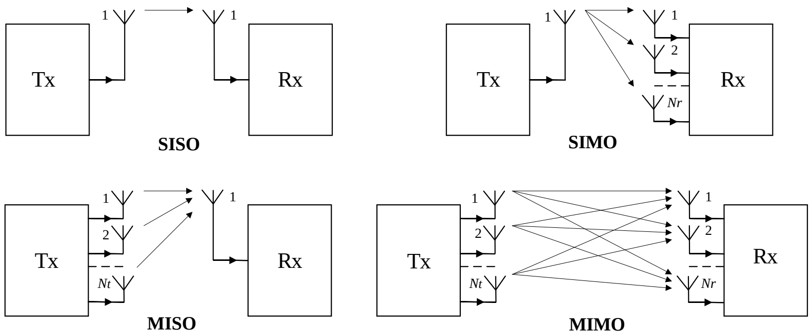
14. Ugrelidze N., Shavgulidze S., Asanidze I., Simulated Error Performance of Encoded MSK Signals in Gaussian and Rician Fading Channels. *IEE Electr. Lett.* **30** (1994), no. 12, pp. 932-933.

თავი 4. სისტემები სივრცითი მოდულაციით

4.1. კავშირის მრავალანტენიანი სისტემები

ცნობილია, რომ კავშირის ტრადიციული სისტემები, ეს არის სისტემები ერთი გადამცემი და ერთი მიმღები ანტენით, ანუ გვაქვს არხი, ერთი შესასვლელითა და ერთი გამოსასვლელით (Single input – single output – SISO) [1-4]. წინა თავში განხილული ყველა შემთხვევა განეკუთვნებოდა სისტემას ერთი შესასვლელითა და მრავალი გამოსასვლელით (Single input – multiple output – SIMO); ასევე არსებობენ სისტემები, მრავალი შესასვლელითა და ერთი გამოსასვლელით (Multiple input – single output – MISO) და მრავალი შესასვლელითა და მრავალი გამოსასვლელით (Multiple input – multiple output – MIMO) [5, 6] (იხ. **ნახ. 4.1**); მოცემულ ნახაზზე N_t გადამცემ ანტენათა რაოდენობაა, ხოლო, როგორც ზემოთ აღვნიშნავდით, N_r არის მიმღებ ანტენათა რაოდენობა. Tx გადაცემის მხარეა, ხოლო Rx მიღების. მოყვანილი ნახაზიდან ჩანს, რომ თუ SIMO წარმოადგენს სისტემას მრავალი მიმღები ანტენით, MISO ეს არის სისტემა მრავალი გადამცემი ანტენით, ხოლო MIMO მოიცავს ორივე ვარიანტს. თუ MIMO-ს შემთხვევაში საინფორმაციო მიმდევრობის შესაბამისი სიგნალთა მიმდევრობა გადამცემის გამოსასვლელზე (ანტენებზე) ფორმირდება N_t პარალელური ნაკადის სახით, მაშინ სისტემაში გვაქვს სივრცითი მულტიპლექსირების რეჟიმი (Spatial multiplexing – SMX). ცხადია, ამ დროს შეიძლება გაიზარდოს ინფორმაციის გადაცემის სიჩქარე N_t-ჯერ. ე.ი. მოცემული შემთხვევა ადასტურებს, რომ MIMO-SMX სისტემა გადამცემი ანტენების რაოდენობის გაზრდით ზრდის ინფორმაციის გადაცემის სიჩქარეს, ხოლო მიმღები ანტენების რაოდენობის გაზრდით მათი მიმორიგების

ხარჯზე ზრდის სისტემის ხელშეშლა-მდგრადობას; ე.ი. შეიძლება გავაკეთოთ დასკვნა, ზოგადად, MIMO სისტემების პოტენციურად მაღალი სპექტრული და ენერგეტიკული ეფექტურობის შესახებ. გამომდინარე აქედან, გასაგები უნდა იყოს ასეთი სქემების კვლევებისადმი გაზრდილი ინტერესი.



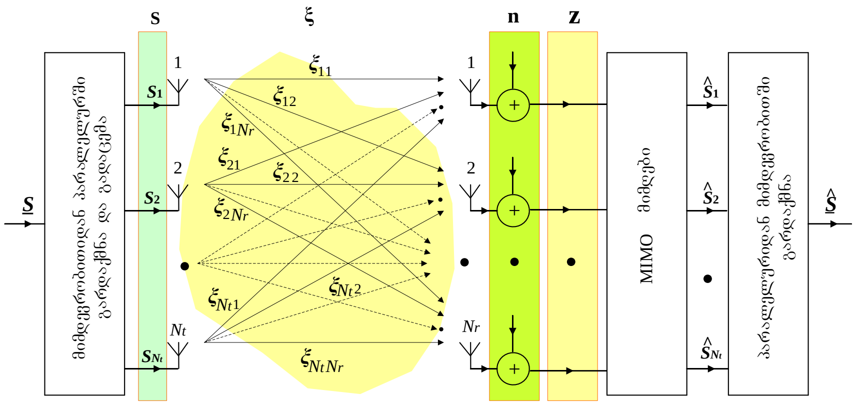
ნახ. 4.1. მიმღებ-გადამცემ ანტენათა შესაძლო კონფიგურაციები

MIMO შედარებით ახალგაზრდა ტექნოლოგიაა, რომლის ისტორია იწყება 1984 წლიდან, როცა დარეგისტრირდა პირველი პატენტი მისი გამოყენების შესახებ (Jack Winters – Bell Labs), რომელსაც მალევე მოჰყვა შესაბამისი სტატიაც [7].

ქვემოთ, ჩვენს მიერ განხილული იქნება MIMO-SMX ტიპის სისტემები, რა დროსაც იგულისხმება, რომ ყოველი გადაცემული ნაკადისათვის გამოყენებული იქნება გადამტანი სიგნალის სიხშირისა და სიხშირული ზოლის ერთი და იგივე მნიშვნელობა; MIMO-SMX -ის ასეთი სქემები მრავალნაკადიანი სისტემების სახელითაც არის ცნობილი [8].

4.2. MIMO სისტემის მათემატიკური მოდელი

MIMO სისტემის სტრუქტურული სქემა ნაჩვენებია **ნახ. 4.2**-ზე [5, 6]. ამ დროს, ზოგადად, MIMO მიმღების შესასვლელზე არსებული სიგნალისთვის გვაქვს:



ნახ. 4.2. MIMO-SMX სისტემის ზოგადი გამარტივებული სტრუქტურა

$$\mathbf{z} = \boldsymbol{\xi}\mathbf{s} + \mathbf{n}, \tag{4.1}$$

რომელშიც $\mathbf{n}$ წარმოადგენს ადიტიურ თეთრ გაუსის ხმაურს, ხოლო $\boldsymbol{\xi}$ შეესაბამება ფედინგს (მას ზოგჯერ არხის გაძლიერებასაც უწოდებენ), მაგალითად, ნაკაგამის განაწილებით. უფრო კონკრეტულად, (4.1)-ის ელემენტები შეიძლება წარმოვადგინოთ მატრიცებით:

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{22} & \cdots & z_{Nt_1} \\ z_{12} & z_{22} & \cdots & z_{Nt_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{1N_r} & z_{2N_r} & \cdots & z_{N_tN_r} \end{bmatrix}; \tag{4.2}$$

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{21} & \cdots & \xi_{Nt_1} \\ \xi_{21} & \xi_{22} & \cdots & \xi_{Nt_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \xi_{1N_r} & \xi_{2N_r} & \cdots & \xi_{N_tN_r} \end{bmatrix}; \tag{4.3}$$

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{s}_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \boldsymbol{s}_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \boldsymbol{s}_{N_t} \end{bmatrix}; \tag{4.4}$$

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{n}_{11} & \boldsymbol{n}_{21} & \cdots & \boldsymbol{n}_{Nt_1} \\ \boldsymbol{n}_{12} & \boldsymbol{n}_{22} & \cdots & \boldsymbol{n}_{Nt_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{n}_{1N_r} & \boldsymbol{n}_{2N_r} & \cdots & \boldsymbol{n}_{N_tN_r} \end{bmatrix}, \tag{4.5}$$

რომლებშიც, ზოგადად, მატრიცათა ელემენტები კომპლექსური სიდიდეებია და (4.2), (4.3) და (4.5)-ის ელემენტთა პირველი ინდექსი აღნიშნავს გადამცემი ანტენის ნომერს, ხოლო მეორე ინდექსი კი მიმღები ანტენის ნომერს. მათი კომბინაცია შეესაბამება: ნაკადს მოცემული გადამცემი ანტენიდან კონკრეტულ მიმღებ ანტენამდე, შესაბამის ფედინგის დონეს და ხმაურს ამ მიმღების გამოსასვლელზე. (4.4) მატრიცაში ელემენტების ინდექსი აღნიშნავს გადამცემი ანტენის ნომერს.

თუ ვისარგებლებთ მატრიცებზე ელემენტარული ოპერაციების წესებით [9-12], (4.1) შეიძლება წარმოვადგინოთ მატრიცულად (4.2)-(4.5) ფორმულების გამოყენებით და, შესაბამისად, მოცემული კონკრეტული ნაკადისათვის, განვსაზღვროთ არხის გამოსასვლელი (იხ. გვ. 110).

ყოველ მიმღებ ანტენაზე არსებული ნაკადების ჯამური სიგნალიდან სასურველის გამოყოფა შეიძლება განხორციელდეს შესაბამისი ტალღის პოლარიზაციის და შესხივების კუთხის, უნიკალური კოდის, პილოტ სიგნალის ან არხის პარამეტრების (დაყოვნების დრო, ფედინგის სიღრმე და ა.შ.) გამოყენებით [5, 6] (რეალიზების მხარე იხ. გვ. 110).

4.3. სივრცითი მოდულაციის პრინციპი

როგორც [13]-ში იყო აღნიშნული, პირველი სტატია სივრცით მოდულაციასთან (Spatial modulation – SM) დაკავშირებით გამოქვეყნდა

2001 წელს [14], რასაც, მალევე, ამ მიმართულებით ვრცელი გამოკვლევები მოჰყვა, რომელთაგანაც აღსანიშნავია ნაშრომები [15-19].

MIMO სისტემები სივრცითი მოდულაციით (MIMO-SM) წარმოადგენენ MIMO-SMX-ის ერთ-ერთ ქვესახეობას, რომლის დროსაც ერთდროულად გამოყენებული ანტენების რაოდენობა ანუ აქტიური ანტენების რაოდენობა $a < N_t$ (MIMO-SMX-ის შემთხვევაში $a = N_t$) და როგორც შემდგომში იქნება ნაჩვენები, ასეთი სქემები გამოირჩევიან სიმარტივით MIMO-SMX სისტემებთან შედარებით. იმის გამო, რომ $a < N_t$ MIMO-SM სისტემაში ჩნდება შესაძლებლობა გამოვიყენოთ ანტენის ნომერი (ინდექსი) დამატებითი საინფორმაციო ბიტების გადასაცემად, რითაც შეიძლება გაიზარდოს სისტემის სპექტრული ეფექტურობა.

მაგალითისათვის განვიხილოთ მარტივი MIMO-SM სქემა შემთხვევისათვის, როცა ოთხი გადამცემი ანტენიდან აქტიურია მხოლოდ ერთი, ე.ი. $N_t = 4$, $a = 1$ და გადასაცემად გამოიყენება 8PSK სიგნალი. დავუშვათ ინფორმაცია წარმოდგენილია ორობითი სიმბოლოებით (ბიტებით). ცხადია, ამ დროს, ოთხი გადამცემი ანტენიდან ერთ-ერთის გააქტიურება შესაძლებელია $\log_2(N_t)$ რაოდენობის საინფორმაციო ბიტით (ჩვენი შემთხვევისათვის $\log_2(4) = 2$), ხოლო შემდგომ, ამ ანტენით, 8PSK სიგნალის გამოყენებით, გადავცეთ $\log_2(M)$ რაოდენობის ბიტი (ჩვენი შემთხვევისათვის $\log_2(8) = 3$). შესაბამისად, მიმღებ მხარეზე ჯერ აქტიური ანტენის აღმოჩენით შეგვიძლია მოვახდინოთ შესაბამისი $\log_2(N_t)$ რაოდენობის საინფორმაციო ბიტის განსაზღვრა და შემდგომ ამ ანტენიდან მიღებული სიგნალის დემოდულაციით განვსაზღვროთ კიდევ $\log_2(M)$ რაოდენობის საინფორმაციო ბიტი. ამ დროს SM სიგნალის შეცდომით მიღების ალბათობა ტოლია:

$$P_{\mathrm{SM}} = P_{\mathrm{a}} + P_{\mathrm{s}} - P_{\mathrm{a}} \cdot P_{\mathrm{s}}\,, \tag{4.6}$$

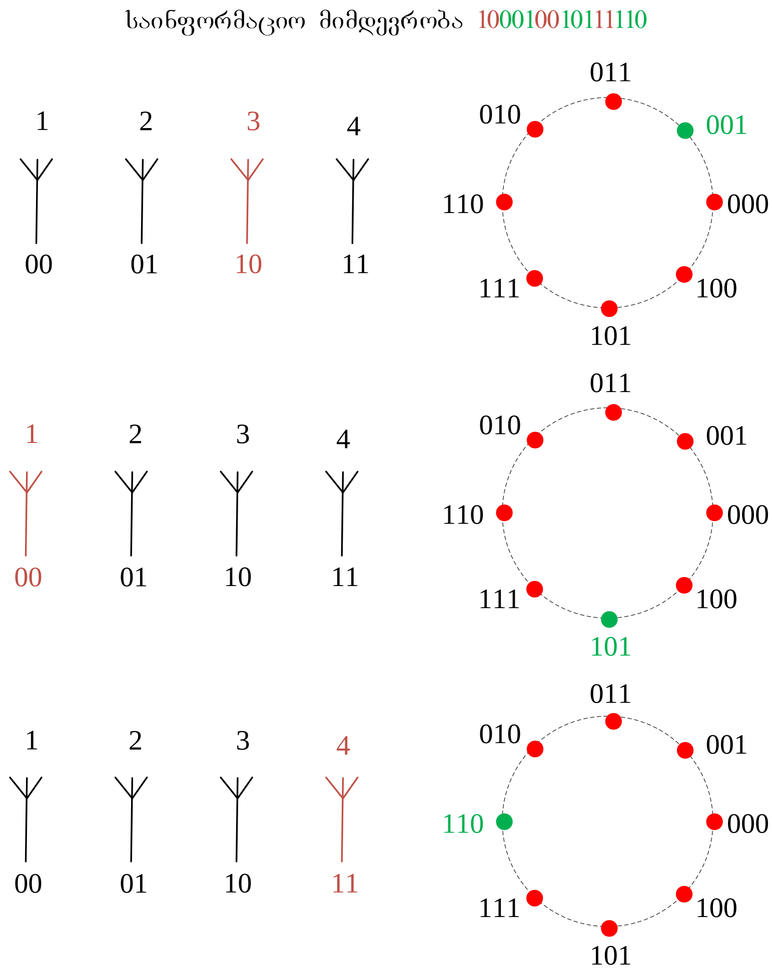
რომელშიც P_{a} აქტიური ანტენის ინდექსის შეცდომით იდენტიფიკაციის (განსაზღვრის) ალბათობაა, ხოლო P_{s} ცალკე სიგნალის შეცდომით მიღების ალბათობა. $10^{-4}-10^{-5}$ შეცდომის ალბათობათა შემთხვევაში შეგვიძლია დავუშვათ, რომ

$$P_{\mathrm{SM}}=P_{\mathrm{a}}+P_{\mathrm{s}} \tag{4.7}$$

და იმ შემთხვევაში, თუ აქტიური ანტენის ინდექსის განსაზღვრა ხდება მიღებული სიგნალის სიმძლავრის მიხედვით, მაშინ, ცხადია, P_{a} შეიძლება შეფასდეს ისეთი კონსტელაციის სიგნალის მიღების შეცდომის ალბათობით, რომლისთვისაც $d_{\min}^2=1$ (1-ის ტოლი სიგნალის საშუალო ენერგიის შემთხვევაში); მაშინ იოლი შესამოწმებელია, რომ თუ ვიყენებთ ისეთ კონსტელაციას, რომლისთვისაც $d_{\min}^2<0.6$ და $N_t>4$, P_{a}-ს გავლენა P_{SM}-ზე იქნება უმნიშვნელო.

მოცემული მაგალითის შესაბამისი SM პროცესის ინტერპრეტაცია მოყვანილია **ნახ. 4.3**-ზე, სადაც აღებულია 15 ბიტიანი საინფორმაციო ბლოკი 100010010111110. ნახაზზე ყავისფრით წარმოდგენილია აქტიური ანტენები და შესაბამისი ე.წ. საანტენო ბიტები, ხოლო მწვანე ფერით 8PSK სიგნალის მამოდულირებელი ანუ სასიგნალო ბიტები და შესაბამისი გადასაცემი ელემენტარული სიგნალები. საანტენო ბიტების ასახვა ანტენის ინდექსებში (მათი დალაგებული სიმრავლე $I_1=\{1,2,\ldots,N_t\}$, სადაც მისი თითოეული ელემენტი, ანუ ანტენის ინდექსი $I_{1,\mathrm{e}}\in I_1$, $\mathrm{e}\in\{1,2,\ldots,N_t\}$, სადაც e არის ელემენტის ნომერი I_1 სიმრავლეში), განხორციელებულია ორობით ფორმაში, ხოლო სასიგნალო ბიტები სიგნალებში ასახულია გრეის კოდით [20].

როგორც ნახაზიდან ჩანს, საინფორმაციო ბლოკი დაყოფილია 3 გადასაცემ ქვებლოკად, სადაც თითოეული შეიცავს 2 საანტენო ბიტს და 3 სასიგნალო ბიტს. ე.ი. სულ გვაქვს 5 საინფორმაციო ბიტისაგან შედგენილი ქვებლოკი, მაშასადამე, $S_E=5$.



ნახ. 4.3. SM პროცესის ინტერპრეტაციის მაგალითი

მოცემული M -ობითი სიგნალის შემთხვევაში, ზემოთ აღნიშნული წესით ფორმირებული ერთი აქტიური ანტენის მქონე MIMO-SM და MIMO-SMX სისტემების სპექტრული ეფექტურობისთვის გვაქვს:

$$S_{E(\mathrm{SM})} = \log_2 \left(M \cdot N_t \right),$$
$$S_{E(\mathrm{SMX})} = N_t \cdot \log_2 \left(M \right) \qquad (4.8)$$

და ჩვენი მაგალითისათვის, როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, $S_{E(\mathrm{SM})} = 5$.

რეალიზაციის სირთულის გათვალისწინებით MIMO-SM-ის უპირატესობა MIMO-SMX-თან შედარებით სახეზეა, თუმცა ამ დროს სისტემის სპექტრული ეფექტურობის გაუარესება აშკარაა.

დასასრულს უნდა აღინიშნოს, რომ MIMO (MIMO-SM) მიმღებმა შეიძლება იმუშაოს იმავე პრინციპებზე დაყრდნობით, რომლებიც აღწერილი იყო წინა თავში SIMO სისტემებისათვის.

4.4. სივრცითი მოდულაციის სისტემები ერთი აქტიური ანტენით

ზოგადად, **ნახ. 4.3**-ზე წარმოდგენილი SM-ის ფორმირების სქემის შესაბამისი მიმღები, როგორც ზემოთ აღვნიშნავდით, მუშაობს შემდეგი პრინციპით: პირველ ეტაპზე ხდება აქტიური $I_{1,\mathrm{e}}$ ანტენის ინდექსის განსაზღვრა I_1 სიმრავლიდან და შემდეგ ხორციელდება მოცემული ანტენიდან გადაცემული სიგნალის დეტექტირება (დემოდულაცია) იმავე მეთოდების გამოყენებით, როგორებიც წინა თავში იყო აღწერილი. შესაბამისად, ხდება საანტენო და სასიგნალო ბიტების აღდგენა.

ჩვენს შემთხვევაში SM მიმღები მუშაობს შემდეგი მოცემულობით:

ა. აქტიური ანტენის ინდექსის მნიშვნელობის შეფასება ხორციელდება პრინციპით:

$$I_{1,\mathrm{e}} = \arg\max_{j}\left[\sum_{i=1}^{N_r} \mathrm{W}_{ij}\right], \quad j \in \{1, 2, \dots N_t\}, \tag{4.9}$$

რომელშიც W_{ij} არის j გადამცემისა და მიმღების i შტოს შესაბამისი ნაკადის სიგნალის სიმძლავრე.

ბ. გამოყენებულია სიგნალთა არაოპტიმალური SC კომბინირება (3.2) პირობით.

გ. სიგნალების სახით შერჩეულია 2D MPSK კონსტელაციები, რომელთა მიღება, სიმარტივისათვის, განხორციელებულია ML დეტექტორით CSI-ის გამოყენების გარეშე, რადგან ცნობილია, რომ ამ შემთხვევაში მუდმივ ამპლიტუდიანი სიგნალებისთვის ენერგეტიკული დანაკარგები დიდი არ არის (იხ. **ნახ. 3.13**).

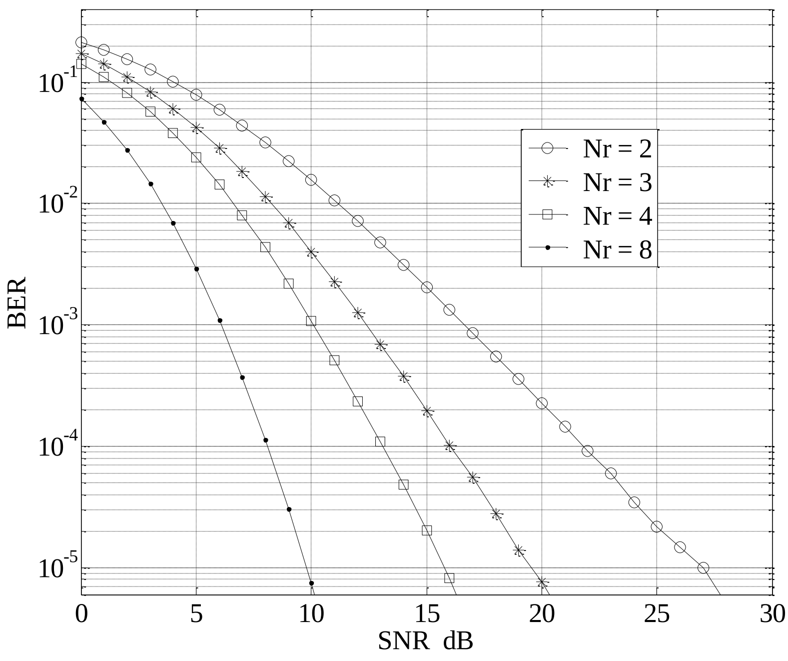
შევაფასოთ ასეთი SM მიმღების გამოთვლითი სირთულე, რისთვისაც გამოვიყენებთ [8]-ში წარმოდგენილ მიდგომას, სადაც ყოველი შეკრება-გამოკლება, გამრავლება-გაყოფა, ახარისხება-ფესვის ამოღება, შედარება, დამრგვალება და ა.შ. ითვლება როგორც ერთი ოპერაცია მცოცავი მძიმით ანუ ერთი ფლოპი (Flop – floating-point operation). მაშინ, ძნელი არ იქნება ვაჩვენოთ, რომ ზემოთ აღწერილი სტრუქტურის მიმღების სირთულე შეიძლება შეფასდეს გამოსახულებით:

$$O_c = \left(4N_r - 1\right)N_t + \frac{N_t\,!}{2\left(N_t - 2\right)!} + \frac{N_r\,!}{2\left(N_r - 2\right)!} + \frac{M\,!}{2\left(M - 2\right)!} + 5M \text{ ფლოპი}, \quad (4.10)$$

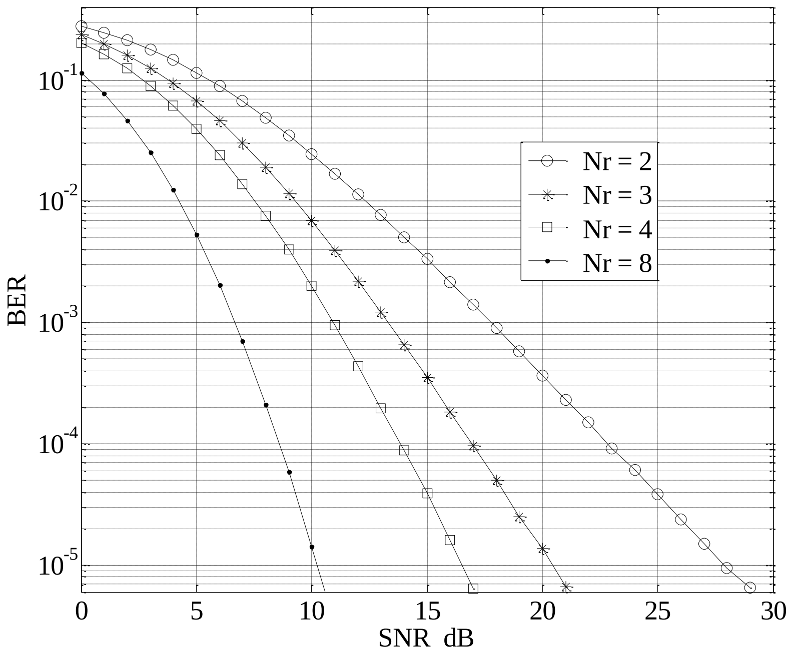
რომელშიც ერთი ნაკადის 2D სიგნალის სიმძლავრის გამოთვლას სჭირდება 3 ფლოპი (სიგნალის კოორდინატების კვადრატების ჯამი), ერთი ანტენიდან მიღებული სიგნალების სიმძლავრის ანგარიშს $3N_r$ ფლოპი; მათი აჯამვას $N_r - 1$ ფლოპი; ასეთ პროცედურას N_t ანტენისთვის $\left(4N_r - 1\right)N_t$ ფლოპი; იმ ანტენის ინდექსის განსაზღვრას, რომელიც ასხივებს მაქსიმალური ჯამური სიმძლავრის სიგნალს, ესაჭიროება $N_t\,!/\left(2\left(N_t - 2\right)!\right)$ ფლოპი და ამით სრულდება აქტიური ანტენის ინდექსის განსაზღვრა. აქტიური ანტენიდან მაქსიმალური სიმძლავრის ნაკადის ამორჩევას სჭირდება $N_r\,!/\left(2\left(N_r - 2\right)!\right)$ ფლოპი; ML დეტექტორში ერთი 2D სიგნალისათვის ევკლიდური მანძილის კვადრატის გამოთვლას 5 ფლოპი; იგივეს M სიგნალისთვის $5M$ ფლოპი; მინიმალური მანძილით დაშორებულ სიგნალთა წყვილის ამორჩევას $M\,!/\left(2\left(M - 2\right)!\right)$

ფლოპი. მიმღების სირთულის შეფასების წარმოდგენილი მიდგომა შეიძლება გამოყენებული იქნას ნებისმიერი SM სისტემისათვის.

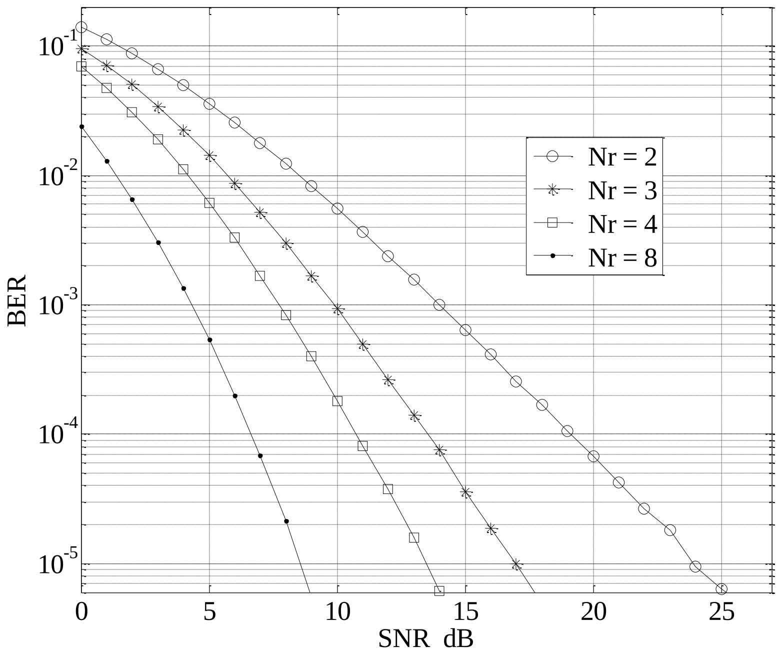
კომპიუტერული მოდელირების შედეგები ერთ აქტიურ ანტენიანი SM სისტემისათვის მოყვანილია **ნახ. 4.4 – ნახ 4.10**-ზე, რომელთაგან ნაწილი წარმოდგენილი იყო [21]-ში. მოცემულ ნახაზებზე SNR-ის მნიშვნელობები აღნიშნავენ სიგნალ-ხელშეშლის თანაფარდობას ერთი გადაცემული ბიტისათვის.



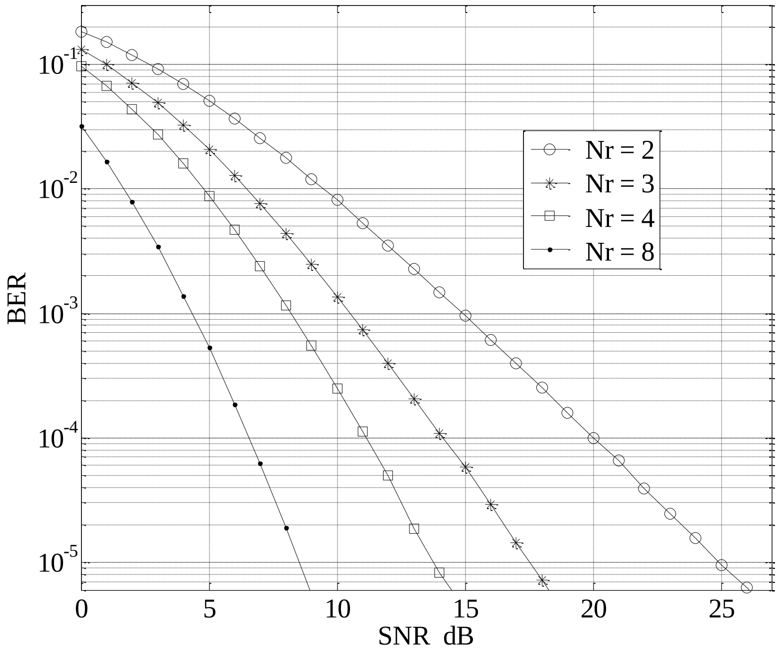
ნახ 4.4. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a=1$, $M=2$, $N_t=2$, $m=1$, $S_E=2$



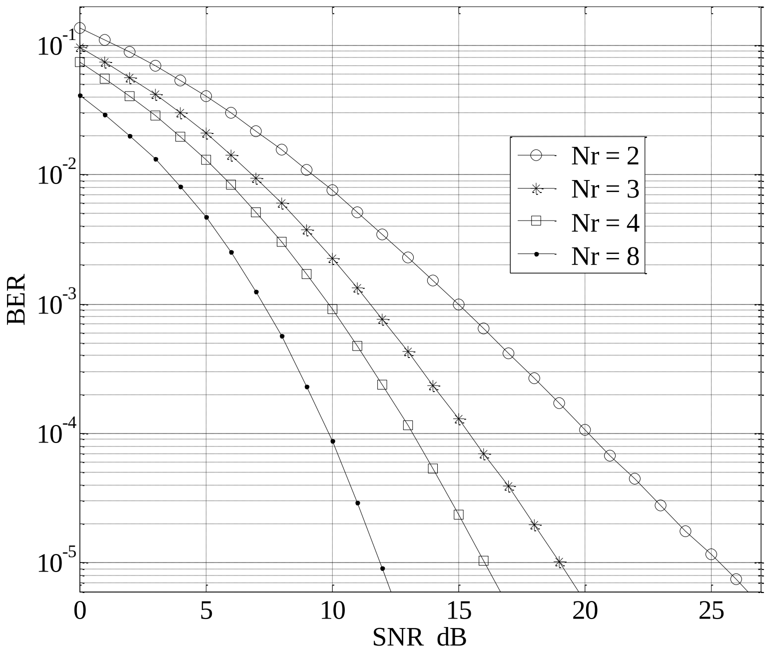
ნახ 4.5. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a=1$, $M=2$, $N_t=4$, $m=1$, $S_E=3$



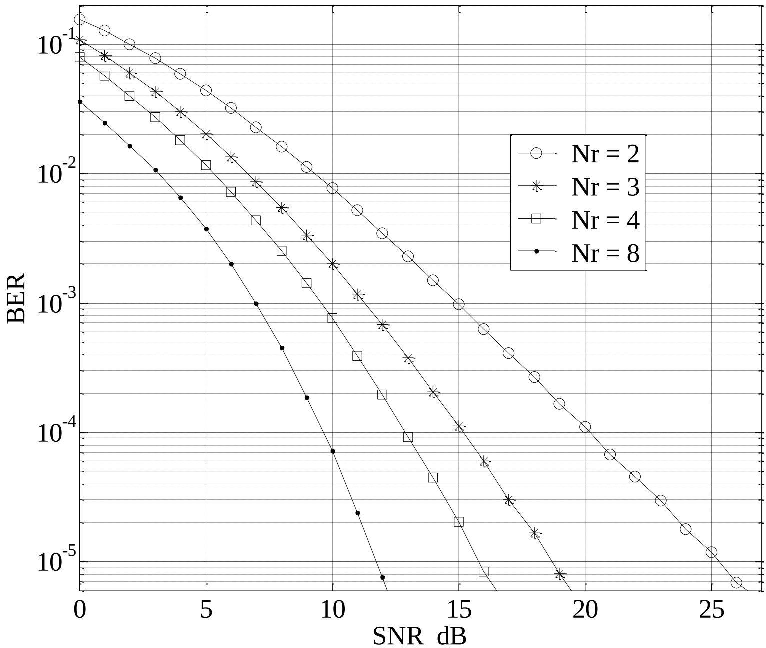
ნახ 4.6. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a=1$, $M=4$, $N_t=2$, $m=1$, $S_E=3$



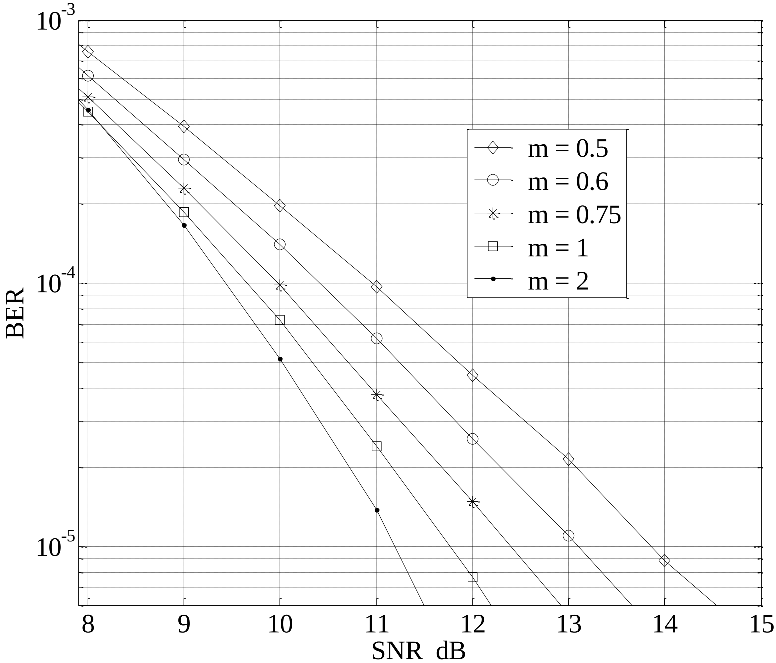
ნახ 4.7. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a=1$, $M=4$, $N_t=4$, $m=1$, $S_E=4$



ნახ 4.8. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a=1$, $M=8$, $N_t=2$, $m=1$, $S_E=4$



ნახ 4.9. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a=1$, $M=8$, $N_t=4$, $m=1$, $S_E=5$



ნახ 4.10. MIMO-SM სისტემის BER მახასიათებლები, როცა $a = 1$, $M = 8$, $N_t = 4$, $N_r = 8$, $S_E = 5$ ნაკაგამის არხისათვის

ცნობილია, რომ მიკროტალღოვან დიაპაზონში მობილური კავშირის სისტემებისათვის მიღების ოპტიმალური სქემების გამოყენება არაეფექტურია [22]. ამასთან დაკავშირებით, მოცემულ პარაგრაფში არჩევანი გაკეთებული იქნა SM სისტემის მაქსიმალურად გამარტივებულ ვარიანტზე (მიმღებ ანტენათა მიმორიგებისას მარტივი კომბინირების სქემა, მარტივი სიგნალთა სისტემა, ანტენის ინდექსის განსაზღვრის მარტივი სქემა, CSI-ის არგამოყენება, მიმღებ-გადამცემი ანტენების მცირე რაოდენობა) ერთის გამოკლებით – სიგნალის მისაღებად გათვალისწინებული იყო ML დეტექტორი. თუმცა ეს საკითხიც შეიძლება იოლად გადაწყდეს დიფერენციალური დეტექტორის გამოყენების გზით და ცნობილია, რომ ამ დროს SNR-ის დეგრადაცია არ აღემატება 3 dB-ს [23].

4.5. სისტემები ცვლადი რაოდენობის აქტიური ანტენებით

დღეისათვის არსებობს ნაშრომები, სადაც განხილულია SM-ის ისეთი ვარიანტები, როცა გამოყენებულია ერთდროულად მომუშავე ორი [24-26] ან სამი აქტიური ანტენა [24, 26], ასევე დროში ცვლადი რაოდენობის აქტიური ანტენები [27-29]. [27]-ში მოყვანილია სისტემათა მახასიათებლები შემთხვევისათვის, როცა $M=4$, $N_t=4$, $a=$1-2, $N_r=4$ და, როცა $M=4$, $N_t=8$, $a=$1-4, $N_r=4$ $(a<N_t)$. აქედან, პირველ შემთხვევაში, ანალიზურთან ერთად მოყვანილია მოდელირებისა და ექსპერიმენტის შედეგები, ხოლო მეორე შემთხვევა შეესაბამება მოდელირებას. [28]-ში განიხილება შემდეგი (N_t, a) სისტემები დროში ცვლადი რაოდენობის აქტიური ანტენებით: (5,1-2), (7,1-2), (8,1-2), (8,1-4), (9,1-4) არაკორელირებული და კორელირებული რელეის არხისათვის, კორელაციის კოეფიციენტებით $r=0.5,\ 0.7,\ 0.9$. მოყვანილია შესაბამისი მოდელირების შედეგები $N_r=4$ შემთხვევისათვის. განსხვავებული

მიდგომაა წარმოდგენილი [29]-ში, სადაც განიხილება შემთხვევა დროში ცვლადი რაოდენობის აქტიური ანტენებით, როცა ისინი შეიძლება იყოს ნებისმიერი $(a \le N_t)$ და თუ [27, 28]-ში გამოყენებულია 2D QAM სიგნალები, აქ გამოყენებული იქნება მე-2 თავში აგებული ახალი 4D 2FSK-MPSK კონსტელაციები. სწორედ ასეთი სქემისადმია მიძღვნილი მოცემული პარაგრაფი.

როგორც აღვნიშნეთ, ქვემოთ განხილული იქნება ისეთი SM სისტემა, სადაც ინფორმაციის გადაცემის პროცესში აქტიური ანტენების სახით გამოყენებული იქნება როგორც ცალ-ცალკე თითოეული ანტენა N_t რაოდენობის ანტენიდან, ასევე მათი ნებისმიერი კომბინაცია. ამავე დროს, იქნება გამოყენებული ვარიანტიც, როცა არც ერთი ანტენა არაა აქტიური. ასეთი სისტემა მომავალში მოხსენიებული იქნება, როგორც განზოგადოებული მრავალნაკადიანი SM სისტემა (Generalized multistream SM – GMSM).

მაგალითისათვის, $N_t = 4$ შემთხვევისათვის, ცალკეულ აქტიურ ანტენათა ინდექსების და მათი ყველა შესაძლო კომბინაციათა სიმრავლე

$$I = \{1, 2, 3, 4, 12, 13, 14, 23, 24, 34, 123, 124, 134, 234, 1234\}. \qquad (4.11)$$

თუ წარმოვიდგენთ, რომ (4.11)-ში შემავალ ცალკეულ ანტენათა ინდექსები ან მათი კომბინაციები ასახული არის იგივე ციფრებით წარმოდგენილ ნატურალურ რიცხვებში, მაშინ პირიქითაც, ზრდადობით დალაგებული ეს რიცხვები ასახავს (4.11) დალაგებულ სიმრავლეს. შესაბამისად, გვაქვს (4.11)-ის დალაგებული ქვესიმრავლეები:

$$\begin{aligned} I_1 &= \{1, 2, 3, 4\}; \\ I_2 &= \{12, 13, 14, 23, 24, 34\}; \\ I_3 &= \{123, 124, 134, 234\}; \\ I_4 &= \{1234\}, \end{aligned} \qquad (4.12)$$

სადაც I_a-ს a ინდექსი $\left(a \in \{1, 2, \ldots, N_t\}\right)$, შეესაბამება აქტიურ ანტენათა რაოდენობას მოცემულ კომბინაციაში. ზოგადად, (4.12)-ის ელემენტი (აქტიურ ანტენათა ინდექსი ან მათი კომბინაცია) აღნიშნული იქნება $I_{a,e}$ სიმბოლოთი, სადაც e არის მოცემული I_a ქვესიმრავლის ელემენტის რიგითი ნომერი (აქტიური ანტენის ინდექსის ან მათი კომბინაციის ნომერი); a ქვესიმრავლის e ელემენტში თანრიგის ნომრის განსაზღვრისთვის შეიძლება გამოყენებული იქნას ჩანაწერი $I_{a,e,n}$, სადაც n არის მოცემული e ელემენტის თანრიგის ნომერი. მაგალითად, ჩაწერა $I_{3,4,1}$ აღნიშნავს მესამე I_3 ქვესიმრავლის მეოთხე ელემენტის პირველ თანრიგს ანუ, ჩვენი მაგალითისათვის, 2-ს. საბოლოოდ, მთლიანობაში გვაქვს აღნიშვნები: $I_3 = \{123, 124, 134, 234\}$, $I_{3,4} = 234$; $I_{3,4,1} = 2$.

ზოგადად, ქვესიმრავლეში ელემენტების (აქტიურ ანტენათა ან მათი კომბინაციების) რაოდენობა ტოლია:

$$|I_a| = \binom{N_t}{a} = \frac{N_t!}{a!(N_t - a)!}, \tag{4.13}$$

საიდანაც ცხადია, რომ $e \in \{1, 2, \ldots, |I_a|\}$.

ძნელი არ არის ვაჩვენოთ, რომ აქტიურ ანტენათა ინდექსების და მათი ყველა შესაძლო კომბინაციების რაოდენობა ტოლია [30]:

$$|I| = \sum_{a=1}^{N_t} |I_a| = \sum_{a=1}^{N_t} \frac{N_t!}{a!(N_t - a)!} = 2^{N_t} - 1. \tag{4.14}$$

წარმოდგენილ GMSM სისტემაში ყოველი გადასაცემი v საინფორმაციო სიმბოლო აისახება საინფორმაციო წყვილში (ე.წ. GMSM ასახვა):

$$v \to \left(\left[\left(I_{a,e}\right), \left(s_1, s_2, \ldots, s_a\right)\right] = \mathrm{Tw}\right), \tag{4.15}$$

რომელშიც s_n $\left(s_n \in \{s_1, s_2, \ldots, s_a\}\right)$ არის აქტიურ ანტენათა მოცემული კომბინაციიდან n-ური ანტენით გადაცემული სიგნალი. ასეთი GMSM ასახვის მაგალითი მოყვანილია **ცხრილი 4.1**-ში, სადაც საინფორმაციო ბიტების ბლოკი ასახულია საინფორმაციო სიმბოლოებში ორობითი კოდის ფორმატით.

ცხრილი 4.1. GMSM ასახვა, როცა $N_t = 3$, $M = 3$

საინფორმაციო ბიტების ბლოკი	v	საინფორმაციო წყვილი, Tw	
		$I_{a,e}$	$s_1, s_2, \ldots, s_a$
000000	0	არა	არა
000001	1	1	s_1
000010	2	1	s_2
000011	3	1	s_3
000100	4	2	s_1
000101	5	2	s_2
000110	6	2	s_3
000111	7	3	s_1
001000	8	3	s_2
001001	9	3	s_3
001010	10	1,2	s_1 , s_1
001011	11	1,2	s_1 , s_2
001100	12	1,2	s_1 , s_3
001101	13	1,2	s_2 , s_1
001110	14	1,2	s_2 , s_2

001111	15	1,2	s_2, s_3
010000	16	1,2	s_3, s_1
010001	17	1,2	s_3, s_2
010010	18	1,2	s_3, s_3
010011	19	1,3	s_1, s_1
010100	20	1,3	s_1, s_2
010101	21	1,3	s_1, s_3
010110	22	1,3	s_2, s_1
010111	23	1,3	s_2, s_2
011000	24	1,3	s_2, s_3
011001	25	1,3	s_3, s_1
011010	26	1,3	s_3, s_2
011011	27	1,3	s_3, s_3
011100	28	2,3	s_1, s_1
011101	29	2,3	s_1, s_2
011110	30	2,3	s_1, s_3
011111	31	2,3	s_2, s_1
100000	32	2,3	s_2, s_2
100001	33	2,3	s_2, s_3
100010	34	2,3	s_3, s_1
100011	35	2,3	s_3, s_2
100100	36	2,3	s_3, s_3
100101	37	1,2,3	s_1, s_1, s_1
100110	38	1,2,3	s_1, s_1, s_2

100111	39	1,2,3	s_1 , s_1 , s_3
101000	40	1,2,3	s_1 , s_2 , s_1
101001	41	1,2,3	s_1 , s_2 , s_2
101010	42	1,2,3	s_1 , s_2 , s_3
101011	43	1,2,3	s_1 , s_3 , s_1
101100	44	1,2,3	s_1 , s_3 , s_2
101101	45	1,2,3	s_1 , s_3 , s_3
101110	46	1,2,3	s_2 , s_1 , s_1
101111	47	1,2,3	s_2 , s_1 , s_2
110000	48	1,2,3	s_2 , s_1 , s_3
110001	49	1,2,3	s_2 , s_2 , s_1
110010	50	1,2,3	s_2 , s_2 , s_2
110011	51	1,2,3	s_2 , s_2 , s_3
110100	52	1,2,3	s_2 , s_3 , s_1
110101	53	1,2,3	s_2 , s_3 , s_2
110110	54	1,2,3	s_2 , s_3 , s_3
110111	55	1,2,3	s_3 , s_1 , s_1
111000	56	1,2,3	s_3 , s_1 , s_2
111001	57	1,2,3	s_3 , s_1 , s_3
111010	58	1,2,3	s_3 , s_2 , s_1
111011	59	1,2,3	s_3 , s_2 , s_2
111100	60	1,2,3	s_3 , s_2 , s_3
111101	61	1,2,3	s_3 , s_3 , s_1
111110	62	1,2,3	s_3 , s_3 , s_2
111111	63	1,2,3	s_3 , s_3 , s_3

თუ ყოველ აქტიურ ანტენაზე არსებული სიგნალი M -ობითია, მაშინ (4.15)-ით განსაზღვრული წყვილთა კომბინაციების საერთო რაოდენობა ტოლია:

$$|\mathrm{Tw}| = \sum_{a=1}^{N_t} \frac{N_t!}{a!(N_t - a)!} \cdot M^a , \tag{4.16}$$

ხოლო თუ ინფორმაციის გადასაცემად ვიყენებთ შემთხვევას, როცა არც ერთი ანტენა არაა აქტიური (**ცხრილ 4.1**-ში მოყვანილი მაგალითის ვარიანტი), საინფორმაციო წყვილთა კომბინაციების საერთო რაოდენობა ტოლი იქნება:

$$|\mathrm{Tw}| = \left(\sum_{a=1}^{N_t} \frac{N_t!}{a!(N_t - a)!} \cdot M^a \right) + 1 = (M+1)^{N_t} . \tag{4.17}$$

ცხადია, (4.17)-ის გათვალისწინებით, MIMO-GMSM სისტემის სპექტრული ეფექტურობისათვის გვექნება:

$$S_E = N_t \cdot \log_2 (M+1) , \tag{4.18}$$

რაც უკეთესია ვიდრე MIMO-SMX -ის ანალოგიური მაჩვენებელი (იხ. გამოსახულება (4.8)).

სისტემის რეალიზაციისას, ორობითი საინფორმაციო სიმბოლოების გადაცემის შემთხვევაში, მისი წყაროს და GMSM სქემის უპრობლემოდ შეთანხმების პირობიდან გამომდინარე სასურველია, რომ $|\mathrm{Tw}|$-ის მნიშვნელობა ტოლი იყოს 2 -ის ხარისხის, რაც მომავალში დაცული იქნება.

(4.17)-ის გათვალისწინებით $|\mathrm{Tw}|$ შეგვიძლია წარმოვადგინოთ H პოლინომის სახით:

$$|\mathrm{Tw}| = H = 1 + \sum_{a=1}^{N_t} |I_a| \cdot M^a , \tag{4.19}$$

რომლის გათვალისწინებითაც

$$S_E = \log_2 H \, . \tag{4.20}$$

(4.13)-ისა და (4.19)-ის გამოყენებით შეგვიძლია გამოვთვალოთ a რაოდენობის აქტიურ ანტენიანი კომბინაციის გამოჩენის ალბათობა შემდეგი გამოსახულების გამოყენებით [29]:

$$P_a = \left| I_a \right| \cdot \frac{M^a}{\left(M+1\right)^{N_t}} \, . \tag{4.21}$$

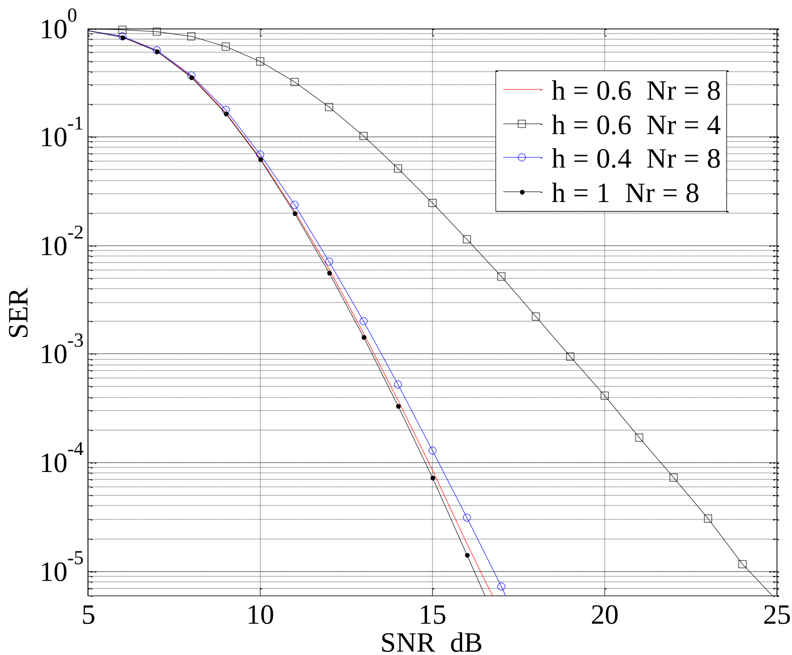
ზემოთ მოყვანილის გათვალისწინებით $M = 7$ შემთხვევისათვის გამოანგარიშებული GMSM სისტემის ეფექტურობის მაჩვენებლები მოცემულია **ცხრილ 4.2**-ში.

ცხრილი 4.2. GMSM სისტემის ეფექტურობის მაჩვენებლები

N_t	H	P_{N_t}	S_E ბიტი/წმ/ჰც
2	$1+2M+M^2$	0.77	6
3	$1+3M+3M^2+M^3$	0.67	9
4	$1+4M+6M^2+4M^3+M^4$	0.59	12
5	$1+5M+10M^2+10M^3+5M^4+M^5$	0.51	15
6	$1+6M+15M^2+20M^3+15M^4+6M^5+M^6$	0.45	18
7	$1+7M+21M^2+35M^3+35M^4+21M^5$ $+7M^6+M^7$	0.39	21
8	$1+8M+28M^2+56M^3+70M^4+56M^5$ $+28M^6+8M^7+M^8$	0.34	24

იმისათვის, რომ შეგვეფასებინა რეალური ეფექტურობა ჩვენს მიერ შემოთავაზებული GMSM სისტემისა და ასევე შეგვედარებინა ის სხვა მსგავს ცნობილ კონკურენტ სისტემებთან, ჩატარებული იქნა კომპიუ-

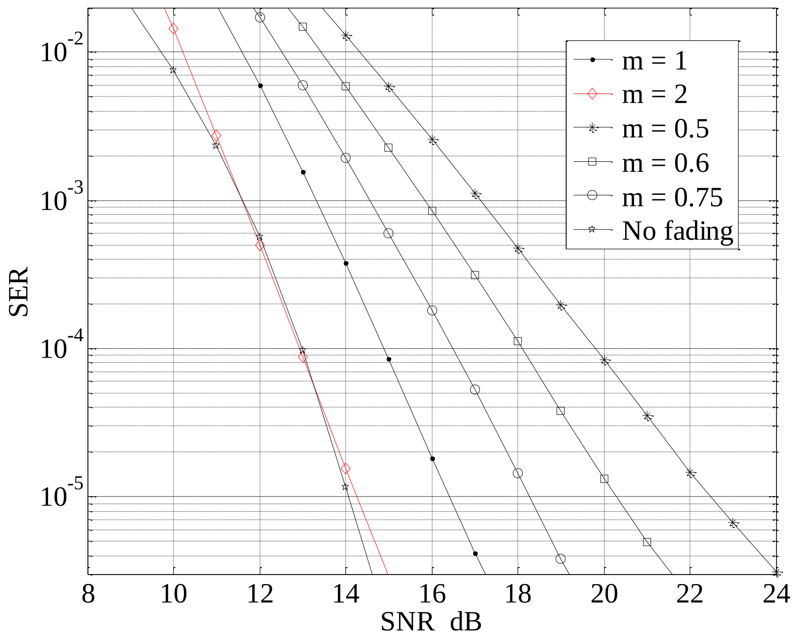
ტერული მოდელირება $M = 7$ ($2FSK$-$7PSK$ სიგნალი – იხ. **ცხრილი 2.8**) და $N_t = 4$ შემთხვევისათვის. შედეგები წარმოდგენილია **ნახ. 4.11** და **ნახ. 4.12**-ზე, რომელთაგანაც **ნახ. 4.11** შეესაბამება რელეის არხს, ხოლო **ნახ. 4.12** ნაკაგამისას. ორივე შემთხვევაში, როგორც ეს **ცხრილი 4.2**-დან ჩანს, მოყვანილი GMSM სისტემის სპექტრული ეფექტურობა $S_E = 12$ ბიტი/წმ/ჰც.



ნახ 4.11. GMSM სისტემის SER მახასიათებლები, როცა $M = 7$ და $N_t = 4$ რელეის არხისა და კომბინირების SC სქემისათვის

მოცემულ შემთხვევაში ცალკეულ ანტენათა ან ანტენათა კომბინაციების გამოჩენის ალბათობებისთვის მიახლოებით გვაქვს: $P_1 = 0.0068$; $P_2 = 0.0718$; $P_3 = 0.3350$; $P_4 = 0.5862$, საიდანაც ჩანს, რომ ყველაზე ხშირად აქტიურია ოთხ ანტენიანი კომბინაცია (დროის 58.62%), შემდეგ მოდის სამ ანტენიანი კომბინაცია (33.5%), შემდეგ

ორ ანტენიანი (7.18%); რაც შეეხება ერთ, აქტიური ანტენის შემთხვევას, ის საკმაოდ იშვიათია და მისი წილი შეადგენს 0.68%-ს და ბოლოს, ალბათობა, როცა არცერთი ანტენა არ იქნება აქტიური, ტოლია $P_0 = 1/\left(2^{SE}\right) = 0.000244\ (0.0244\%)$.



ნახ 4.12. GMSM სისტემის SER მახასიათებლები, როცა $M = 7$, $N_t = 4$ და $N_r = 8$ ნაკაგამის არხისა და კომბინირების SC სქემისათვის

GMSM სისტემის მიმღები მხარე მუშაობს მარტივი პრინციპით: თითოეული j-ური აქტიური ანტენის აღმოჩენა (სელექცია) ხდებოდა პირობით

$$\sum_{i=1}^{N_r} \mathrm{W}_{ij} > \mathrm{Tr}, \quad j \in \{1, 2, \ldots, N_t\}, \tag{4.22}$$

სადაც W_{ij} მოცემული ნაკადის შესაბამის მიმღების შესასვლელზე არსებული სიგნალის სიმძლავრეა, ხოლო Tr ზღურბლის გარკვეული მნიშვნელობაა, რომლის სიდიდე მოცემული N_r -ისა და SNR -ის შემთხვევაში განისაზღვრა მოდელირებით. ამის შემდეგ, შერჩეული ანტენისათვის, სიმარტივისათვის, გამოიყენებოდა მიმორიგების, (3.2) გამოსახულების მიხედვით მოქმედი, SC სქემა და ML დეტექტორი.

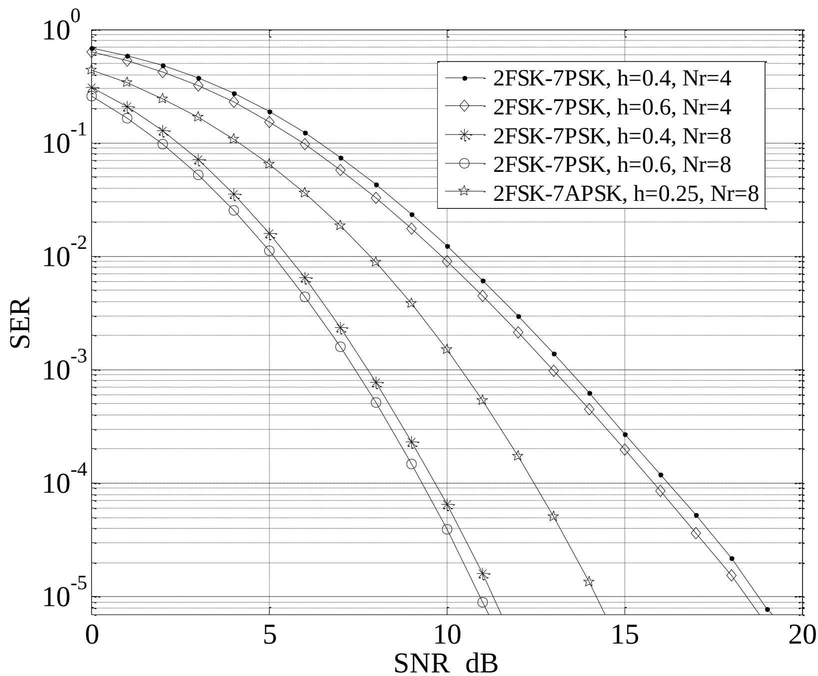
ნახ. 4.11-ზე წარმოდგენილი შედეგების და S_E -ს მნიშვნელობების მიხედვით თუ ვიმსჯელებთ [27]-ში მოყვანილთან (VA-GSM – variable active transmit antenna generalized SM: $N_t = 8$, $N_r = 4$, $a = 1-4$, $S_E = 9$ ბიტი/წმ/ჰც, სიგნალი QPSK) შედარებით GMSM სისტემა გაცილებით ეფექტურია. ის ასევე მნიშვნელოვნად ეფექტურია [28]-ში მოყვანილ საუკეთესო სისტემასთან (VASM – variable active antenna SM: $N_t = 9$, $N_r = 4$, $a = 1-4$, $S_E = 10$ ბიტი/წმ/ჰც, სიგნალი QPSK) შედარებითაც.

SER და S_E პარამეტრების მნიშვნელობებით GMSM -თან შედარებით ახლოს დგას დროში არა ცვლადი a -ს მქონე სისტემები, რომლებიც წარმოდგენილი არიან [25, 31]-ში. [25]-ში $N_t = 4$, $N_r = 8$, $a = 2$, $S_E = 10$ ბიტი/წმ/ჰც; აქ მთავარ სიახლეს წარმოადგენს ის, რომ სიგნალების სახით გამოყენებულია MQAM -დან გარკვეული წესით ამორჩეული ქვეკონსტელაციები. აგებული სისტემებიდან საუკეთესოა ESM type 3 (Enhanced SM type 3) სქემა, რომელსაც 10^{-5} SER -ის შემთხვევაში აქვს დაახლოებით 0.35 dB -ით უარესი SNR -ის მაჩვენებელი ვიდრე GMSM -ს, რომლის $N_t = 4$, $N_r = 8$, $h = 1$, $S_E = 12$ ბიტი/წმ/ჰც.

[31]-ში წარმოდგენილია სქემა პარამეტრებით $N_t = 4$, $N_r = 8$, $a = 4$, $S_E = 12$ ბიტი/წმ/ჰც; ის არის MIMO-SMX -ის ტიპის სისტემა, სადაც გამოყენებულია აქტიური ანტენის 4 ინდექსზე აწყობილი ბარნს-უოლის მესრის კონსტრუქცია [32], რომელიც ქმნის მრავალგანზომილებიან მოდულაციას სივრცით მესერზე (SLM-BW – spatial lattice modulation

Barnes-Wall). აქ 10^{-5} SER-ის მაჩვენებელზე SNR-ის მნიშვნელობა პრაქტიკულად იგივეა, რაც GMSM-ის $\left(N_t = 4,\ N_r = 8,\ h = 1,\ S_E = 12\right)$ შემთხვევაში, თუმცა მუდმივად იყენებს 4 აქტიურ ანტენას $(a = 4)$, მაშინ როცა GMSM-ის შემთხვევაში 4 აქტიური ანტენა გამოიყენება დროის 58.62%-იან მონაკვეთში.

ნახ. 4.12-დან კარგად ჩანს GMSM-ის მაღალეფექტურობა, SER-ის მაჩვენებლებით, ღრმა ფედინგის შემთხვევაშიც (ნაკაგამის არხი).



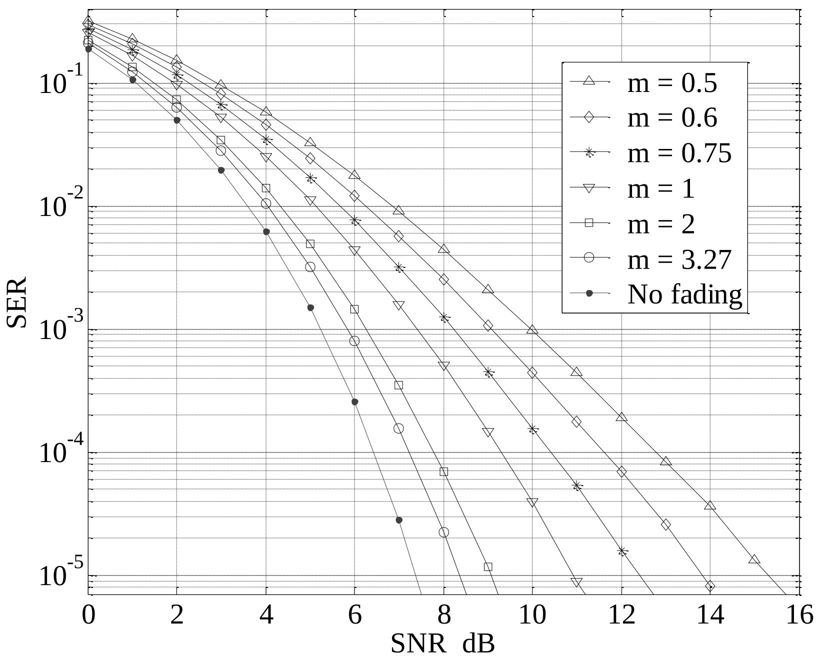
ნახ 4.13. GMSM სისტემის SER მახასიათებლები, როცა $N_t = 4$ რელეის არხისა და მკომბინირების MRC სქემისათვის

GMSM სისტემისათვის ასევე ჩატარდა კომპიუტერული მოდელირება სიგნალთა ოპტიმალური კომბინირების სქემისათვის (MRC). შესა-

ბამისი SER მახასიათებლები მოყვანილია **ნახ. 4.13** და **ნახ 4.14**-ზე და ისინი უკეთესია, ვიდრე დღემდე ცნობილი ყველა სხვა შედეგი.

ნახ. 4.13-ზე წარმოდგენილია ასევე SER მახასიათებელი 2FSK-7APSK კონსტელაციისათვის, როცა $h = 0.25$. მართალია, ის SNR ეფექტურობით ჩამოუვარდება 2FSK-7PSK სიგნალებს, თუმცა აღსანიშნავია მისი კომპაქტური ენერგეტიკული სპექტრი. ამ სიგნალის პარამეტრებია: $E_H = 1.4464$, $E_L = 0.4048$, $\varphi = \left[0 \quad 96.81 \quad 103.62 \quad 200.43 \quad 207.24 \quad 304.05 \quad 310.86\right]$.

ნახ. 4.14-ზე $m = 3.27$ შეესაბამება (1.54) გამოსახულების შესაბამისად აპროქსიმირებულ $K = 5$ რაისის ფაქტორის შემთხვევას.



ნახ 4.14. GMSM სისტემის SER მახასიათებლები, როცა $M = 7$, $h = 0.6$, $N_t = 4$, $N_r = 8$ ნაკაგამის არხისა და კომბინირების MRC სქემისათვის

როგორც ზემოთ იყო აღნიშნული, შემოთავაზებულ GMSM სქემაში, ყოველი აქტიური ანტენა იყენებს ერთსა და იმავე M-ის მქონე სიგნალს, თუმცა როგორც [33] არის ნაჩვენები, შეიძლება განხილული იქნას განსხვავებული შემთხვევაც.

მეოთხე თავის ძირითადი შედეგები

- წარმოდგენილია კავშირის მრავალანტენიანი MIMO სისტემები და მათ შორის განსაკუთრებულად ეფექტური SM სისტემა, აღწერილია მისი მუშაობის პრინციპი და შეფასებულია ეფექტურობა.
- განხილულია უმარტივესი SM სქემა ერთი აქტიური ანტენით. მოყვანილია კომპიუტერული მოდელირების შედეგები ასეთი კონსტრუქციებისთვის, რომელშიც გამოყენებულია MPSK სიგნალები. შედეგები შეესაბამება არხებს, რომელშიც მოქმედებს ფედინგი რელეის და უფრო ზოგადი, ნაკაგამის განაწილებით.
- შემოთავაზებულია ახალი ე.წ. GMSM სისტემა დროში ცვლადი რაოდენობის აქტიური ანტენებით. მოყვანილია მისი აღწერა და კომპიუტერული მოდელირების შედეგები, რომლებიც მიუთითებენ GMSM სისტემის უპირატესობაზე ყველა სხვა, დღემდე ცნობილ კონკურენტ კონსტრუქციებთან შედარებით.

ლიტერატურა

1. Stiffler J. J., *Theory of Synchronous Communications*. Prentice Hall PTR, New Jersey, 1971.

2. Viterbi A. J., Omura J. K., *Principles of Digital Communication and Coding*. McGraw-Hill, New York, 1979.

3. Зюко А. Г., Коробов Ю. Ф., *Теория передачи сигналов*. “Связь”, Москва, 1972.

4. Зяблов В. В., Коробков Д. Л., Портной С. Л., *Высокоскоростная передача сообшений в реальных каналах*. “Радио и связь”, Москва, 1991.

5. Biglieri E., Calderbank R., Constantinides A., Goldsmith A., Paulraj A., Poor H. V., MIMO *Wireless Communication*. Cambridge, UK, Cambridge Univ. Press, 2007.

6. Бакулин М. Г., Варукина Л. А., Крейнделин В. Б., *Технология* MIMO. *Принципи и алгоритмы*. Горячая линия – Телеком, Москва, 2014.

7. Sals J., Digital transmission Over Cross-Coupled Linear Channels. *AT & T Technical Journal* **64** (1985), iss. 6, pp. 1147-1159.

8. Ntontin K., Di Renzo M., Perez-Neira A., Verikoukis C., Performance Analysis of Multistream Spatial Modulation with Maximum Likelihood Detection. In *Proc. IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM)*, Atlanta, USA, Dec. 9-13, 2013, pp. 1590-1594.

9. Gantmacher F. R., *The Theory of Matrices*. Vol. 1. Chelsea Publishing Company, New York, 1959.

10. Golub G. H., Van loan C. F., *Matrix Computations*. 4th Ed. The Johns Hopkins University Press, Baltimore, 2013.

11. Клиот-Дашинский М. И., *Алгебра матриц и векторов*. Изд.-во Ленинградского ун-та, Ленинград, 1974.

12. Блох Э. Л., Лошинский И., Турин В. Я., *Основы линейной алгебры и некоторые её приложения*. “Высшая Школа”, Москва, 1971.

13. Yang P., Di Renzo M., Xiao Y. Li S., Hanzo L., Design Guidelines for Spatial Modulation. *IEEE Commun. Surveys & Tutorials* **17** (2015), no. 1, first quarter, 2015, pp. 6-26.

14. Chau Y., Yu S.-H., Space Modulation on Wireless Fading Channels. In *Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. – Fall*, Atlantic City, USA, vol. 3, Oct., 2001, pp. 1668-1671.

15. Haas H., Costa E., Schultz E., Increasing Spectral Efficiency by Data Multiplexing Using Antennas Arrays. *Proc. IEEE Int. Symp. Pers. Indoor, Mobile Radio Commun*, Lisboa, Portugal, vol. 2, Sept., 2002, pp. 610-613.

16. Mesleh R.Y., Haas H., Sinanović S., Ahn C.W., Yun S., Spatial Modulation. *IEEE Trans. Veh. Technol.* **57** (2008), no. 4, Jul., pp. 2228-2241.

17. Yang Y., Yiao B., Information-Guided Channel-Hopping for High Data Rate Communication. *IEEE Commun. Lett.* **12** (2008), no. 4, Apr., pp. 225-227.

18. Jeganathan J., Ghrayeb A., Szczecinski L., Ceron A., Space Shift Keying Modulation for MIMO Channels. *IEEE Trans. Wireless Commun.* **8** (2009), no. 7, Jul., pp. 3692-3703.

19. Sugiura S., Chen S., Hanzo L., Coherent and Differencial Space-Time Shift Keying. A Dispersion matrix Approach. *IEEE Trans. Commun.* **58** (2010), no. 11, Nov., pp. 3219-3230.

20. Sklar B., *Digital Communications*. 2th ed. Prentice Hall PTR, New Jersey, 2001.

21. Ugrelidze N., Sordia M., Shavgulidze S., Bit Error Rate of Spatial Modulation Systems for Nakagami-m Fading. *Proc. of the 2016 IEEE Region 10 Conference (TENCON)*, Nov. 22-25, 2016, Marina Bay Sands, Singapore, pp. 1342-1347.

22. Банкет В. Л., *Методы передачи информации в системах беспроводного доступа к телекоммуникационным сетям нового поколения*. Одесская национальная академия связи им. А. С. Попова. Одесса, 2013.

23. Bian Y., Cheng X., Wen M., Yang L., Poor H. V., Jiao B., Differential Spatial Modulation. *IEEE Trans. Veh. Techn.* **64** (2015), no. 7, pp. 3262-3268.

24. Legnain R. M., Hafes R. H. M., Legnain A. M., Improved Spatial Modulation for High Spectral Effciency. *International Journal of Distributed and Parallel Systems (IJDPS)* **3** (2012), no. 2, March, pp. 1319.

25. Cheng C.-C., Sari H., Sezginer S., Su Y. T., New Signal Designs for Enhanced Spatial Modulation. *IEEE Trans. Wireless Commun.* **15** (2016), no. 11, November, 2016, pp. 7766-7777.

26. Rohweder D., Stern S., Fisher R. F. H., Shavgulidze S., Freudenberger J., Low-Complexity Detection for Generalized Multistream Spatial Modulation. *Proc. of 20th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPWAC),* Cannes, France, 2019, 6 pages.

27. Humadi K., Sulyman A., Experimental Results for Generalized Spatial Modulation Scheme with Variable Active Transmit Antennas. *10th Intern. Conf. on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks (CROWNCOM),* Doha Qatar, April 21-23, 2015, pp. 260-270.

28. Osman O., Variable Active Antenna Spatial Modulation. *IET Commun.* **9** (2015), Issue 15, pp. 1816-1824.

29. Ugrelidze N., Shavgulidze S., Sordia M., New Generalized Multistream Spatial Modulation for Wireless Communications. *Proc. the 11th Wireless Days Conference, 2019 Wireless Days (WD),* Manchester, UK, April 24-26, 2019, pp. 1-7.

30. Abramowitz M., Stegun I. A., *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graph and Mathematical Tables*. National Bureau of Standards; Applied Mathematics Series 55, iss. June, 1964.

31. Choi J., Nam Y., Lee N., Spatial lattice modulation for MIMO systems. *IEEE Trans. Sign. Proc.* **66** (2018), no. 12, pp. 3185-3198.

32. Conway J. H., Sloane N. J. A., *Sphere Packing, Lattices and Groups*. Springer-Verlag, New York, 1988.

33. Ugrelidze N., Shavgulidze S., Sordia M., Akobia D., Generalized Multistream Spatial Modulation for Wireless Systems with Nakagami-m Fading. *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.(COMM 2018),* Romania, Bucharest,June 14-16, 2018, pp. 331-334.

ბოლოთქმა

წარმოდგენილ მასალაში, ჩვენ შევეხეთ უსადენო კავშირის (რადიოკავშირის) ერთ-ერთ სწრაფად განვითარებად მიმართულებას – მრავალანტენიან სისტემებს, რომლებიც საინფორმაციო და საკომუნიკაციო ტექნოლოგიების უმნიშვნელოვანეს ნაწილს წარმოადგენენ. მიმოვიხილეთ მისი ყველა ძირითადი კომპონენტი – კავშირის არხი, სიგნალები და მათი მიმღები, მრავალანტენიანი სქემები და ხშირად ჩვენი წვლილიც შევიტანეთ მათ შესწავლასა და კვლევაში; მივიღეთ რამდენიმე მნიშვნელოვანი ახალი შედეგი. დროისა და წიგნის მოცულობის შეზღუდულობამ არ მოგვცა საშუალება უფრო სრულად წარმოგვედგინა აღნიშნული მიმართულება, თუმცა ვფიქრობთ, რომ მისი განვითარების ძირითადი ტენდენციები მაინც წარმოვაჩინეთ და თუ რამდენად კარგად შევძელით ეს, შეფასება მკითხველისთვის მიგვინდვია.

რა თქმა უნდა, წიგნს ექნება გარკვეული ხარვეზებიც, რომლებიც ვერ შევამჩნიეთ და მათთან დაკავშირებით ნებისმიერ შენიშვნასა და წინადადებას სიამოვნებით მივიღებთ.

შეუძლებელია მადლიერებით არ აღვნიშნოთ კავკასიის უნივერსიტეტის ხელმძღვანელობისა და თანამშრომლების კეთილგანწყობა და მხარდაჭერა, რასაც ჩვენ ყოველთვის ვგრძნობდით.

ასევე მადლობა გვინდა უთხრათ შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდის თანამშრომლებს, ჩვენთან ურთიერთობისას, მოვალეობების უაღრესად კეთილსინდისიერად შესრულებისათვის.

ნ. ულრელიძე, ს. შავგულიძე

თბილისი, შემოდგომა, 2020

ᲐᲙᲠᲝᲜᲘᲛᲔᲑᲘ

APSK	ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაცია
ASK	ამპლიტუდური მოდულაცია
BER	ბიტის შეცდომით მიღების ხარისხი
BPSK	ბინარული (ორობითი) ფაზური მოდულაცია
CSI	ინფორმაცია არხის მდგომარეობის შესახებ
dB	დეციბელი
DS	გადაწყვეტილების მიმღები სქემა
EGC	კომბინირება თანაბარი გაძლიერებით
FSK	სიხშირული მოდულაცია
GMSM	განზოგადოებული მრავალნაკადიანი სივრცითი მოდულაცია
LTE	მობილური სისტემებით მონაცემთა მაღალსიჩქაროვანი გადაცემის სტანდარტი
MAPSK	M -ობითი ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაცია
MIMO	სისტემა მრავალი შესასვლელით და მრავალი გამოსასვლელით
MISO	სისტემა მრავალი შესასვლელით და ერთი გამოსასვლელით
ML	მაქსიმალური დამაჯერებლობის სქემა

MPSK	M -ობითი ფაზური მოდულაცია
MQAM	M -ობითი კვადრატურული ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაცია
MRC	მაქსიმალური თანაფარდობის კომბინირება
PMRC	ნაწილობრივი მაქსიმალური თანაფარდობის კომბინირება
PSK	ფაზური მოდულაცია
QPSK	კვადრატული (ოთხობითი) ფაზური მოდულაცია
Rx	მიმღები მხარე
SC	ამორჩევითი კომბინირება
SER	სიმბოლოს შეცდომით მიღების ხარისხი
SIMO	სისტემა ერთი შესასვლელით და მრავალი გამოსასვლელით
SISO	სისტემა ერთი შესასვლელით და ერთი გამოსასვლელით
SM	სივრცითი მოდულაცია
SMX	სივრცითი მულტიპლექსირება
SNR	სიგნალ-ხელშეშლის თანაფარდობა
SS	სასურველი შტოს ამორჩევის სქემა
Tx	გადამცემი მხარე
UMTS	ფიჭური კავშირის უნივრსალური მობილური საკომუნიკაციო სისტემა
Wi-Fi	უმავთული ლოკალური ქსელის (რადიოქსელის) ტექნოლოგია

WiMax	საკომუნიკაციო ტექნოლოგია უნივერსალური შორსმანძილოვანი უსადენო სისტემისათვის
2D (4D)	ევკლიდეს სივრცის ორი (ოთხი) განზომილება
2FSK	ორობითი სიხშირული მოდულაცია
2FSK-MAPSK	ორობითი სიხშირული და M -ობითი ამპლიტუდურ-ფაზური მოდულაციების კომბინაცია
2FSK-MPSK	ორობითი სიხშირული და M -ობითი ფაზური მოდულაციების კომბინაცია
2PSK	ორობითი ფაზური მოდულაცია
4PSK	ოთხობითი ფაზური მოდულაცია

მიძღვნილია ჩვენი მშობლების

ამბროსი ყურელიძის, ნაზი სახოკიას

ანზორ ქავჟულიძისა და ლელი ინწკირველის

ნათელი ხსოვნისადმი